# ÜBER DIE ANWENDUNG DER VIERPOLTHEORIE AUF MAGNETISCHE KREISE

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Johann-Wolfgang-Goethe-Universität

Frankfurt a. M.

vorgelegt von

**Helmuth Osken**

aus Frankfurt a. M.

1936

Dissertationsdruckerei und Verlag Konrad Triltsch, Würzburg

# ÜBER DIE ANWENDUNG DER VIERPOLTHEORIE AUF MAGNETISCHE KREISE

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Johann-Wolfgang-Goethe-Universität

Frankfurt a. M.

vorgelegt von

Helmuth Osken

aus Frankfurt a. M.

1936

Dissertationsdruckerei und Verlag Konrad Triltsch, Würzburg

Referent: Prof. Dr. M. Seddig

Tag der mündlichen Prüfung: 17. Februar 1936.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

# Inhaltsverzeichnis.


| | | Seite |
|---|---|---|
| 1. | Einleitung | 1 |
| 2. | Die magnetische Nachbildung des Transformators | 2 |
| 3. | Die Grundelemente der Nachbildung | 4 |
| 4. | Diskussion des sekundären Abschlußwiderstandes des magnetischen Vierpoles | 5 |
| 5. | Ermittlung der magnetischen Vierpolkonstanten aus magnetischem Leerlaufs- und Kurzschlußversuch | 12 |
| 6. | Beziehungen zwischen magnetischen Vierpolkonstanten und den Konstanten des zugehörigen elektrischen Vierpoles | 19 |
| 7. | Verschiedene magnetische Kreise und deren Ersatzschaltungen | 24 |
| 8. | Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten eines Transformators durch Ermittlung der magnetischen Vierpolkonstanten seines zugehörigen magnetischen Kreises | 26 |
| 9. | Zusammenfassung | 38 |

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547418_0069

## *1. Einleitung.*

Die elektrischen Vorgänge in leitenden Netzwerken sind im allgemeinen schwierig zu erfassen. Für solche vermaschten Kreise hat sich die Anwendung der Vierpoltheorie (1)*) als sehr erfolgreich erwiesen und eine weitgehende Vereinfachung bei der Betrachtung komplizierter Schaltungen gebracht. Durch die Ermittlung der Vierpolkonstanten und der Determinanten hat man solche Schaltungen gekennzeichnet und festgelegt.

Magnetische Kreise stellen nun ebenfalls vermaschte Netze dar. Ein Eisenkern, in welchem ein Kraftfluß herrscht, ist mit einem Leiter zu vergleichen, der eine schlechte Isolation aufweist. Die magnetischen Kraftlinien bleiben nicht nur im Eisenkern, sondern schließen sich auch durch die Luft und bilden einen Übergang von einem Kernteil zum andern.

Ein solcher magnetischer Kreis kann unter Umständen auch als Vierpol, nur eben als magnetischer Vierpol, angesehen werden. Jedoch ist bei magnetischen Kreisen zu beachten, daß der magnetische Widerstand des Eisens von der Sättigung abhängt und nur in gewissen Bereichen mit genügender Annäherung als konstant angesehen werden kann. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die Fälle, in denen diese Forderung erfüllt ist.

Von Interesse ist die magnetische Verzweigung des magnetischen Kreises eines Transformators. Vorliegende Arbeit befaßt sich mit diesem magnetischen Kreis und wendet auf ihn die Vierpoltheorie an.

Dieser magnetische Kreis hat eine für den Transformator charakteristische Gestalt, welche der Verwendung des Transformators in irgend einer Form entspricht. Der magnetische Kreis muß demnach als der grundlegende Teil angesehen und bewertet werden, während die Wicklungen durch ihre Anordnung den magnetischen Kreis entscheidend beeinflussen können. Die vorliegende Arbeit befaßt sich nun mit der Betrachtung der Transformatoren von der magnetischen Seite aus; die magnetischen Kreise der Transformatoren werden, so-

*) Die Zahlen beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Ende der Arbeit.

weit es möglich ist, als Vierpole und zwar als magnetische Vierpole angesehen und behandelt.

Die Behandlung dieser magnetischen Kreise soll nun so vor sich gehen, daß diese magnetischen Kreise in elektrisch zu behandelnde Ersatzschaltungen nachgebildet werden. Aus diesen kann man dann die charakteristischen Merkmale, ob die Ersatzschaltungen überhaupt Vierpole darstellen oder nicht, bestimmen. Die Eigenschaften des magnetischen Vierpoles sind durch die Vierpolkonstanten festgelegt.

Das Ziel der Arbeit soll jedoch das sein, die Größen des zugehörigen elektrischen Vierpoles (Transformator als elektrischer Vierpol betrachtet) zu bestimmen, sodaß eine Berechnung der elektrischen Größen durch Ermittlung der entsprechenden magnetischen möglich ist. Da die magnetischen Vierpolkonstanten durch die Kenntnis der Grundelemente der Ersatzschaltung des magnetischen Kreises bekannt sind, bereitet es keine Schwierigkeiten, mit Hilfe einer einfachen Umrechnung die elektrischen Vierpolkonstanten des betreffenden Transformators aus den Abmessungen seines Kerns (vorausgesetzt natürlich, daß dieser magnetische Kreis einen Vierpol darstellt) heraus zu berechnen und somit den Transformator von der magnetischen Seite aus in seinem elektrischen Verhalten zu kennzeichnen.

## 2. *Die magnetische Nachbildung des Transformators.*

Als Beispiel für die Nachbildung soll ein Transformator angenommen werden, dessen Wicklungen auf zwei getrennten Schenkeln angeordnet sind. Der Eisenkern des Transformators habe nachstehende Gestalt. (Bild 1)

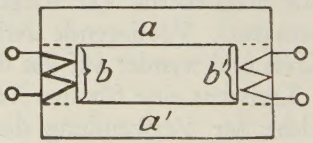


Bild 1

Denkt man sich den Kern nach Angabe der schraffierten Linien zerschnitten, so erhält man 4 Teile des Kerns, nämlich die Teile a und a', und zwei Stücke b und b' welche innerhalb der primären und sekundären Wicklungen liegen. Diese Zerlegung des Eisenkerns läßt die einzelnen Elemente der Nachbildung sofort erkennen. Man kann

danach eine Ersatzschaltung in der Form einer T-Schaltung angeben, welche auf beiden Seiten Abschlußwiderstände hat. (Bild 2)

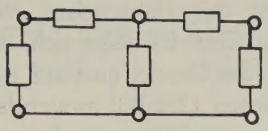

Bild 2

Darin sind die Längswiderstände die Eigenwiderstände a und a'. Der Querwiderstand der Nachbildung ist durch den Luftraum zwischen denselben gegeben. Als Abschlußwiderstände sind diejenigen magnetischen Widerstände auf beiden Seiten des magnetischen Kreises anzusehen, welche im Innern der primären und sekundären Spulen vorhanden sind.

Diese Ersatzschaltung ist ein Vierpol und stellt in Nachbildung einen magnetischen Vierpol dar. Bei den magnetischen Vierpolen ist in gleicher Weise wie bei den elektrischen Vierpolen Eingangs- und Ausgangsseite zu unterscheiden, je nachdem von welcher Seite aus der magnetische Vierpol betrachtet wird. Die primären Klemmen sind also gewissermaßen die Verbindungsstellen der Teile a und a' mit dem primären magnetischen Abschlußwiderstande. Ebenso bilden die sekundären Klemmen die Verbindungsstellen auf der Ausgangsseite. Diese Klemmen sind jedoch nur angenommen, um einen besseren Überblick über die vorliegenden Verhältnisse zu erhalten. Der im Eingang herrschende Fluß ist $\dot{\Phi}_1$, der am Ausgang wirksame Fluß $\dot{\Phi}_2$. Die magnetische Eingangsspannung des magnetischen Vierpoles ist $\mathfrak{U}_{m1}$, während $\mathfrak{U}_{m2}$ die magnetische Ausgangsspannung darstellt. Die Gleichungen eines elektrischen Vierpoles sind durch folgende Beziehungen gegeben :

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{a} \cdot \mathfrak{U}_2 + \mathfrak{b} \cdot \mathfrak{J}_2$$
$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{c} \cdot \mathfrak{U}_2 + \mathfrak{d} \cdot \mathfrak{J}_2$$

$\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{d}$ sind die Vierpolkonstanten. Unter den obengenannten Ansätzen erhält man die Gleichungen des magnetischen Vierpoles:

$$\mathfrak{U}_{m_1} = \mathfrak{a}_m \cdot \mathfrak{U}_{m_2} + \mathfrak{b}_m \cdot \dot{\Phi}_2$$
$$\dot{\Phi}_1 = \mathfrak{c}_m \cdot \mathfrak{U}_{m_2} + \mathfrak{d}_m \cdot \dot{\Phi}_2$$

$\mathfrak{a}_m$, $\mathfrak{b}_m$, $\mathfrak{c}_m$ und $\mathfrak{d}_m$ sind dann die magnetischen Vierpolkonstanten.

### 3. Die Grundelemente der Nachbildung.

Die magnetischen Nachbildungen sind nun ihrerseits wie die elektrischen Nachbildungen aus Längs- und Querwiderständen zusammengesetzt, wobei statt der elektrischen Widerstände magnetische Widerstände vorhanden sind. Es zeigt sich, daß sich auf magnetische Widerstände das Ohm'sche Gesetz und auf magnetische Verzweigungen (2) die Kirchhoff'schen Gesetze anwenden lassen. Nun bestehen solche Ersatzschaltungen aus Widerständen, welche durch Eisen oder Luft gebildet werden. Während die ersteren vor allem als Längswiderstände in magnetischen Ersatzschaltungen zu finden sind, treten letztere meist als Querwiderstände auf. Es können aber auch Luftwiderstände in den Längswiderständen der Ersatzschaltung vorkommen, was dann der Fall ist, wenn der Eisenkern des Transformators einen Luftspalt aufweist.

In der Nachbildung treten demnach nur zwei Arten von Widerständen auf, und zwar magnetische Widerstände, welche einerseits durch Luft, andererseits durch Eisen gebildet werden. Luftwiderstände stellen reelle magnetische Widerstände dar, die allein durch die Größe des eingeschlossenen Luftraumes gegeben sind. Sie können daher als reelle Widerstände in der Ersatzschaltung eingetragen werden. Die Eisenwiderstände dagegen zeigen ein durchaus anderes Verhalten. Diese sind infolge der Verluste im Eisen komplexe magnetische Widerstände, welche eine Nacheilung des Flusses gegen die magnetomotorische Kraft hervorrufen. Der komplexe magnetische Widerstand des Eisens $\mathfrak{z}_m$ setzt sich zusammen aus der Wirkkomponente $R_m$ und der Blindkomponente $X_m$. Der magnetische Wirkwiderstand $R_m$ ist durch die Beziehung gegeben $\frac{l}{q \cdot \mu}$, ist also mit der Permeabilität veränderlich. $X_m$, die Blindkomponente, wird von den Eisenverlusten verursacht. Die beiden Komponenten des komplexen magnetischen Widerstandes verhalten sich gerade umgekehrt wie die Komponenten des komplexen elektrischen Widerstandes. Während hierbei der Verlustwiderstand reell ist und der Blindwiderstand mit der Magnetisierung in Verbindung zu bringen ist, bildet in magnetischen Kreisen die von Verlusten herrührende Komponente den magnetischen Blindwiderstand, während die Komponente, welche die Magnetisierung des Eisenweges kennzeichnet, einen reellen magnetischen Widerstand darstellt. Der magnetische Widerstand des Eisens muß deshalb geschrieben werden: $\mathfrak{z}_m = z_m \cdot e^{j\delta} \cdot \delta$ (3) ist der Eisenverlustwinkel, d. h. der Winkel, der zwischen dem Fluß und dem den Fluß hervorrufenden Strom, mit dem die magnetomotorische Kraft gleichphasig ist, auftritt.

Wird jetzt die beschriebene Ersatzschaltung betrachtet, so muß man in dieselbe die Längswiderstände als komplexe Widerstände und den Querwiderstand als reellen Widerstand eintragen. (Bild 3)

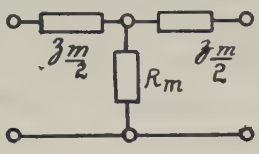


Bild 3

Für eine solche T-Schaltung lassen sich die Vierpolkonstanten bekannterweise wie folgt berechnen:

$$\mathfrak{a}_m = 1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{2} \cdot \frac{1}{R_m}, \quad \mathfrak{b}_m = \mathfrak{z}_m \left(1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{4} \frac{1}{R_m}\right), \quad \mathfrak{c}_m = \frac{1}{R_m}, \quad \mathfrak{d}_m = 1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{2} \frac{1}{R_m},$$

Bisher wurden lediglich die Widerstände der Nachbildung betrachtet. Da aber das Verhalten des sekundären Abschlußwiderstandes für den magnetischen Vierpol von großer Bedeutung ist, ist sein Verhalten näher zu untersuchen.

### *4. Diskussion des sekundären Abschlußwiderstandes des magnetischen Vierpoles.*

Für die Betrachtung des magnetischen Abschlußwiderstandes sind die Fälle: Leerlauf, Belastung und Kurzschluß des Transformators von Bedeutung. Der von der primären Wicklung erzeugte Fluß durchsetzt die sekundären Windungen und erzeugt in ihnen eine E. M. K., welche dem Kraftflusse und der Windungszahl proportional ist. Bei Leerlauf verhält sich der Transformator wie eine Drosselspule. In der primären Wicklung fließt ein fast völliger Blindstrom, dessen Amperewindungen größtenteils zur Durchmagnetisierung dienen. Der kleine Anteil an Wirkamperewindungen hat die Aufgabe, für die Verluste im Eisen aufzukommen. Wird nun der Transformator belastet, so fließt in der sekundären Wicklung ein Strom $\mathfrak{J}_2$. Derselbe hat Amperewindungen zur Folge, welche den primären entgegengerichtet sind. Diese Amperewindungen können nur dadurch ausgeglichen werden, daß der Primärstrom seinerseits ansteigt und dadurch zusätzliche Amperewindungen liefert. Der Fluß wird zum Teil aus der sekundären Spule herausgedrängt, worauf sich der betreffende Teil der Kraftlinien durch die Luft schließt. Der im Innern der Sekundärwicklung wirksame Fluß ist dadurch kleiner und bedingt eine Abnahme der sekundären Spannung bei Belastung. Wird

endlich der Belastungswiderstand so klein, daß die sekundären Klemmen des Transformators kurzgeschlossen sind, wird der Fluß vollkommen aus der sekundären Wicklung herausgedrängt. Die primären zusätzlichen Blindamperewindungen werden dann zum großten Teil für die Magnetisierung des Luftraumes, der den Weg für den Streufluß verzeichnet, benötigt.

Die am sekundären magnetischen Abschlußwiderstande auftretende magnetische Spannnung hat die Größe $\mathfrak{U}_{m2} = \dot{\Phi}_2 \cdot \mathfrak{z}_{m2}$. Darin ist $\dot{\Phi}_2$ der sekundär wirksame Fluß und $\mathfrak{z}_{m2}$ der komplexe magnetische Abschlußwiderstand, der durch den Teil des Eisenkernes innerhalb der sekundären Spule gegeben ist. Wird nun die Sekundärwicklung mit einem Widerstand $\mathfrak{z}_2$ belastet, fließt in der Wicklung ein Strom $\mathfrak{J}_2$. Dadurch tritt aber eine zusätzliche magnetische Spannung auf, sodaß man erhält:

$$\mathfrak{U}'_{m_2} = \dot{\Phi}_2 \, \mathfrak{z}_{m_2} + 0{,}4\,\pi\, \mathfrak{J}_2\, w_2 \qquad w_2 : \text{sekundäre Windungszahl}$$

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{z}_2} = w_2 \, \frac{d\,\dot{\Phi}_2}{dt} \cdot 10^{-8} \, \frac{1}{\mathfrak{z}_2} = j\,\omega \, \frac{\dot{\Phi}_2\, w_2 \cdot 10^{-8}}{\mathfrak{z}_2}$$

$$\mathfrak{U}'_{m_2} = \dot{\Phi}_2 \left[ \mathfrak{z}_{m_2} + j\,\omega \, \frac{0{,}4\,\pi\, w_2^{\,2} \cdot 10^{-8}}{\mathfrak{z}_2} \right]$$

Infolge der Belastung entsteht ein zusätzlicher magnetischer Widerstand, dessen Verhalten beim Ohm'scher, induktiver und kapazitiver Belastung untersucht werden soll.

1. $\mathfrak{z}_2$ reell:

$$\mathfrak{z}_{m_2}\,\text{gesamt} = \mathfrak{z}_{m_2} + j\,\omega \, \frac{0{,}4\,\pi\, w_2^{\,2} \cdot 10^{-8}}{R_2} \left[\text{cm}^{-1}\right]$$

Der zusätzliche magnetische Widerstand ist, wie die Gleichung zeigt, ein induktiver Widerstand.

2. $\mathfrak{z}_2$ induktiv:

$$\mathfrak{z}_{m_2}\,\text{gesamt} = \mathfrak{z}_{m_2} + j\,\omega \, \frac{0{,}4\,\pi\, w_2^{\,2} \cdot 10^{-8}}{j\,X} = \mathfrak{z}_{m_2} + \frac{\omega\, 0{,}4\,\pi\, w_2^{\,2} \cdot 10^{-8}}{X} \left[\text{cm}^{-1}\right]$$

Man erhält in diesem Falle einen zusätzlichen reellen magnetischen Widerstand. Setzt man noch für $X = \omega L$, so verschwindet die Kreisfrequenz im Zähler:

$$\mathfrak{z}_{m_2}\ \text{gesamt} = \mathfrak{z}_{m_2} + \frac{0{,}4\,\pi \cdot w_2^{\,2}\, 10^{-8}}{L}\ \left[\text{cm}^{-1}\right]$$

3. $\mathfrak{z}_2$ kapazitiv:

$$\mathfrak{z}_{m_2}\ \text{gesamt} = \mathfrak{z}_{m_2} + \frac{0{,}4\,\pi\, w_2^{\,2} \cdot 10^{-8}}{\frac{1}{j\,X}} = \mathfrak{z}_{m_2} - \omega\, X\, 0{,}4\,\pi\, w_2^{\,2}\, 10^{-8}\ \left[\text{cm}^{-1}\right]$$

Für kapazitive Belastung der Sekundärwicklung wird der zusätzliche magnetische Abschlußwiderstand negativ reell. Setzt man noch für $X = \omega\, C$ ein, so wird:

$$\mathfrak{z}_{m_2}\ \text{gesamt} = \mathfrak{z}_{m_2} - \omega^2\, C\, 0{,}4\,\pi\, w_2^{\,2}\, 10^{-8}\ \left[\text{cm}^{-1}\right]$$

Wie man erkennen kann, ist der magnetische Vierpol bei elektrischer Belastung der sekundären Wicklung selbst wieder im belasteten Zustand. Die Größe des magnetischen Belastungswiderstandes ist bei Leerlauf klein, nimmt aber mit wachsender sekundärer Stromstärke zu. Die Art des magnetischen Belastungswiderstandes hängt ganz von der Art des sekundären elektrischen Widerstandes ab.

Nun sind aber für die Untersuchung von Vierpolen zwei Fälle besonders wichtig, nämlich Leerlauf und Kurzschluß. Man läßt deshalb $\mathfrak{z}_2$ einmal unendlich und das andere Mal gleich Null werden.

4. $\mathfrak{z}_2 \to \infty$:

$$\mathfrak{z}_{m_2}\ \text{gesamt} = \mathfrak{z}_{m_2}$$

Der zusätzliche magnetische Widerstand verschwindet, es bleibt nur noch der ursprüngliche magnetische Widerstand übrig. Kann man $\mathfrak{z}_{m2}$ als vernachlässigbar klein ansehen, wird für den Leerlauf des Transformators der sekundäre magnetische Abschlußwiderstand gleich Null. Dieser Fall bedeutet aber den magnetischen Kurzschluß.

5. $\mathfrak{z}_2 \to 0$:

$$\mathfrak{z}_{m_2}\ \text{gesamt} = \mathfrak{z}_{m_2} + \infty$$

Macht man also den elektrischen Belastungswiderstand $\mathfrak{z}_2$ gleich Null, so läßt die Gleichung einen unendlich großen zusätzlichen magnetischen Widerstand erkennen. In diesem Falle ist der magnetische Leerlauf gegeben.

Es lassen sich also beim magnetischen Vierpol ebenfalls Leerlaufs- und Kurzschlußversuch ausführen. Nur liegen bei magnetischen Vierpolen die Verhältnisse gerade umgekehrt wie bei den elektrischen.

Der magnetische sekundäre Abschlußwiderstand $\mathfrak{z}_{m2\,ges.}$ wurde auf sein Verhalten in Abhängigkeit vom sekundären Belastungsstrom und von der Art der Belastung (ohmisch, induktiv und kapazitiv) geprüft. Die Bestimmung des magnetischen Widerstandes geschah durch Messung des Flusses $\dot{\Phi}_2$ und der magnetischen Spannung $\mathfrak{U}_{m2}$. Sekundärfluß und sekundäre magnetische Spannung wurden mit Prüfwindung und magnetischem Spannungsmesser (4) nach Größe und Phase am komplexen Kompensator (5) kompensiert. Bei einem Kompensatorstrom von 0,5 Amp. hatten Prüfwindung und magnetischer Spannungsmesser am Kompensator folgende Konstanten:

Prüfwindung: $\dot{\Phi}/_{Sktl.} = 31{,}9$ Maxwell;

Magnetischer Spannungsmesser: $\mathfrak{U}_m/_{Sktl.} = 0{,}78$ Gilbert.

Nachstehende Skizze (Bild 4) gibt die Meß-Schaltung wieder, aus welcher alle Einzelheiten ersichtlich sind.

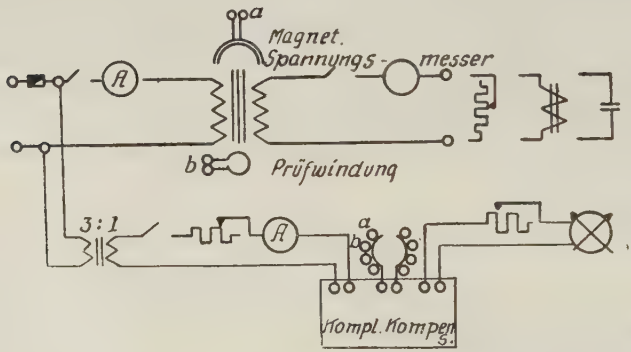


Bild 4.

## Ohm'sche Belastung:

| $J_2$ (Amp) | $E_2$ (Volt) | $z_2$ (Ohm) | $\mathfrak{U}_{m2}$ (Gilbert) | $\Phi_2$ (Maxwell) | $\mathfrak{z}_{m2}$ [$cm^{-1}$] | $B_2$ (Gauss) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 66,3 | | | $47200 \cdot e^{j\,10°}$ | | 2950 |
| 0,15 | 65,5 | 437 | $86 \cdot e^{j\,85°50'}$ | $46400 \cdot e^{j\,16°}$ | $0{,}00186 \cdot e^{j\,79°50'}$ | 2900 |
| 0,20 | 65 | 325 | $108 \cdot e^{j\,86°30'}$ | $46100 \cdot e^{j\,5°10'}$ | $0{,}00235 \cdot e^{j\,87°20'}$ | 2890 |
| 0,25 | 64,4 | 259 | $134 \cdot e^{j\,87°40'}$ | $45900 \cdot e^{j\,4°10'}$ | $0{,}0029 \cdot e^{j\,83°30'}$ | 2870 |
| 0,30 | 63,5 | 212 | $184 \cdot e^{j\,85°40'}$ | $45200 \cdot e^{j\,2°20'}$ | $0{,}0041 \cdot e^{j\,83°20'}$ | 2830 |
| 0,50 | 62,5 | 125 | $312 \cdot e^{j\,85°20'}$ | $44500 \cdot e^{-j\,3°20'}$ | $0{,}0070 \cdot e^{j\,88°40'}$ | 2780 |
| 0,80 | 59,5 | 74 | $473 \cdot e^{j\,78°50'}$ | $42300 \cdot e^{-j\,11°40'}$ | $0{,}0110 \cdot e^{j\,89°30'}$ | 2650 |
| 1,00 | 54,3 | 54,3 | $556 \cdot e^{j\,71°}$ | $38600 \cdot e^{-j\,16°50'}$ | $0{,}0145 \cdot e^{j\,87°50'}$ | 2420 |
| 1,20 | 47,0 | 39,2 | $652 \cdot e^{j\,61°50'}$ | $33400 \cdot e^{-j\,24°20'}$ | $0{,}0195 \cdot e^{j\,86°10'}$ | 2090 |
| 1,40 | 41,2 | 29,4 | $777 \cdot e^{j\,56°20'}$ | $29300 \cdot e^{-j\,31°30'}$ | $0{,}0265 \cdot e^{j\,87°50'}$ | 1835 |
| 1,60 | 31,5 | 19,8 | $880 \cdot e^{j\,46°20'}$ | $22500 \cdot e^{-j\,38°40'}$ | $0{,}039 \cdot e^{j\,86°20'}$ | 1410 |
| 1,70 | 27,0 | 15,9 | $910 \cdot e^{j\,46°30'}$ | $19100 \cdot e^{-j\,42°}$ | $0{,}048 \cdot e^{j\,84°30'}$ | 1195 |
| 1,80 | 20,0 | 11,1 | $940 \cdot e^{j\,36°30'}$ | $14250 \cdot e^{-j\,47°10'}$ | $0{,}066 \cdot e^{j\,81°40'}$ | 890 |
| 1,90 | 9,4 | 5,0 | $1010 \cdot e^{j\,26°20'}$ | $6690 \cdot e^{-j\,49°10'}$ | $0{,}15 \cdot e^{j\,75°30'}$ | 418 |
| 1,93 | 4,5 | 2,3 | $1035 \cdot e^{j\,25°10'}$ | $4280 \cdot e^{-j\,45°}$ | $0{,}24 \cdot e^{j\,68°10'}$ | 258 |

Tab. I a.

## Induktive Belastung:

| $J_2$ (Amp) | $E_2$ (Volt) | $z_2$ (Ohm) | $\mathfrak{U}_{m2}$ (Gilbert) | $\Phi_2$ (Maxwell | $\mathfrak{z}_{m2}$ [$cm^{-1}$] | $B_2$ (Gauss) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 66,5 | | | $47100 \cdot e^{j\,9°30'}$ | | 2950 |
| 0,15 | 62,3 | 415 | $87 \cdot e^{j\,29°40'}$ | $44200 \cdot e^{j\,8°40'}$ | $0{,}00197 \cdot e^{j\,21°}$ | 2760 |
| 0,23 | 59,5 | 259 | $127 \cdot e^{j\,26°}$ | $42100 \cdot e^{j\,8°40'}$ | $0{,}0030 \cdot e^{j\,17°}$ | 2640 |
| 0,30 | 58,0 | 193 | $162 \cdot e^{j\,30°40'}$ | $41000 \cdot e^{j\,7°30'}$ | $0{,}00395 \cdot e^{j\,23°10'}$ | 2560 |
| 0,40 | 54,5 | 136 | $224 \cdot e^{j\,28°10'}$ | $38600 \cdot e^{j\,9°10'}$ | $0{,}0058 \cdot e^{j\,19°}$ | 2410 |
| 0,50 | 50 | 100 | $260 \cdot e^{j\,32°50'}$ | $35400 \cdot e^{j\,9°}$ | $0{,}00735 \cdot e^{j\,21°50'}$ | 2210 |
| 0,70 | 44,5 | 63,5 | $386 \cdot e^{j\,24°40'}$ | $31500 \cdot e^{j\,9°50'}$ | $0{,}0123 \cdot e^{j\,18°50'}$ | 1970 |
| 0,80 | 41 | 51,2 | $445 \cdot e^{j\,26°10'}$ | $29100 \cdot e^{j\,7°40'}$ | $0{,}0153 \cdot e^{j\,18°30'}$ | 1820 |
| 1,00 | 35 | 35,0 | $531 \cdot e^{j\,24°20'}$ | $24900 \cdot e^{j\,8°10'}$ | $0{,}0214 \cdot e^{j\,16°10'}$ | 1550 |
| 1,20 | 32,3 | 26,8 | $660 \cdot e^{j\,21°10'}$ | $22900 \cdot e^{j\,6°30'}$ | $0{,}0289 \cdot e^{j\,14°40'}$ | 1435 |
| 1,40 | 23 | 16,5 | $745 \cdot e^{j\,23°20'}$ | $16200 \cdot e^{j\,3°40'}$ | $0{,}046 \cdot e^{j\,19°40'}$ | 1015 |
| 1,50 | 19 | 12,7 | $809 \cdot e^{j\,23°}$ | $13550 \cdot e^{j\,2°40'}$ | $0{,}060 \cdot e^{j\,20°20'}$ | 847 |
| 1,60 | 15,5 | 9,7 | $855 \cdot e^{j\,22°30'}$ | $11000 \cdot e^{-j\,2°40'}$ | $0{,}078 \cdot e^{j\,25°10'}$ | 688 |
| 1,70 | 13 | 7,7 | $910 \cdot e^{j\,22°10'}$ | $9220 \cdot e^{-j\,6°20'}$ | $0{,}099 \cdot e^{j\,28°30'}$ | 577 |
| 1,80 | 9,4 | 5,2 | $957 \cdot e^{j\,21°40'}$ | $6680 \cdot e^{-j\,11°}$ | $0{,}143 \cdot e^{j\,32°40'}$ | 418 |
| 1,96 | 4,5 | 2,3 | $1019 \cdot e^{j\,24°}$ | $4320 \cdot e^{-j\,45°50'}$ | $0{,}25 \cdot e^{j\,69°50'}$ | 270 |

Tab. I b.

## Kapazitive Belastung:

| $J_2$ (Amp) | $E_2$ (Volt) | $z_2$ (Ohm) | $U_{m2}$ (Gilbert) | $\Phi_2$ (Maxwell) | $\gamma_{m2}$ [cm$^{-1}$] | $B_2$ (Gauss) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 67 | | | $47600 \cdot e^{j\,9°20'}$ | | 2980 |
| 0,15 | 73 | 487 | $93{,}5 \cdot e^{-j\,26°40'}$ | $51800 \cdot e^{j\,11°20}$ | $0{,}0018 \cdot e^{-j\,38°}$ | 3240 |
| 0,29 | 77,5 | 268 | $133 \cdot e^{-j\,18°30'}$ | $55000 \cdot e^{j\,10°50'}$ | $0{,}0024 \cdot e^{-j\,29°20'}$ | 3450 |
| 0,47 | 82,2 | 175 | $227 \cdot e^{-j\,10°40'}$ | $58300 \cdot e^{j\,10°10'}$ | $0{,}0039 \cdot e^{-j\,20°50'}$ | 3650 |
| 0,56 | 85,5 | 153 | $298 \cdot e^{-j\,8°10'}$ | $60700 \cdot e^{j\,9°50'}$ | $0{,}0049 \cdot e^{-j\,18°}$ | 3800 |
| 0,70 | 90,2 | 129 | $381 \cdot e^{-j\,6°20'}$ | $64000 \cdot e^{j\,9°20'}$ | $0{,}0060 \cdot e^{-j\,15°40'}$ | 4000 |
| 0,99 | 100 | 101 | $520 \cdot e^{-j\,4°10'}$ | $71000 \cdot e^{j\,7°50'}$ | $0{,}0073 \cdot e^{-j\,12°30'}$ | 4440 |
| 1,20 | 106 | 88,5 | $616 \cdot e^{-j\,4°}$ | $75000 \cdot e^{j\,6°40'}$ | $0{,}0082 \cdot e^{-j\,10°40'}$ | 4690 |
| 1,48 | 116 | 78,3 | $800 \cdot e^{-j\,3°}$ | $82200 \cdot e^{j\,4°50'}$ | $0{,}0097 \cdot e^{-j\,7°50'}$ | 5140 |
| 1,66 | 121 | 73 | $890 \cdot e^{-j\,2°50'}$ | $85800 \cdot e^{j\,4°10'}$ | $0{,}0104 \cdot e^{-j\,7°}$ | 5370 |
| 1,89 | 127 | 67,2 | $985 \cdot e^{-j\,4°20'}$ | $90000 \cdot e^{j\,3°20'}$ | $0{,}0110 \cdot e^{-j\,7°}$ | 5630 |
| 2,10 | 134,5 | 64 | $1125 \cdot e^{-j\,5°40'}$ | $95500 \cdot e^{j\,2°10'}$ | $0{,}0118 \cdot e^{-j\,7°50'}$ | 5980 |
| 2,20 | 137,2 | 62,5 | $1160 \cdot e^{-j\,6°10'}$ | $97500 \cdot e^{j\,1°40'}$ | $0{,}0119 \cdot e^{-j\,7°50'}$ | 6100 |

Tab. I c.

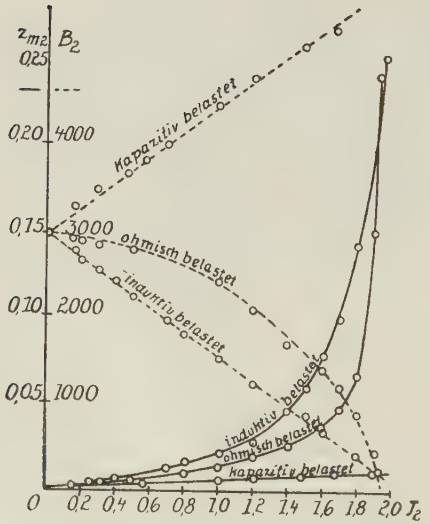


Bild 5 a.

Die Kurven (Bild 5a) geben $z_{m2\,ges.} = f(J_2)$ vom Leerlauf bis zum Kurzschluß wieder. Für Ohm'sche und induktive Belastung stellen dieselben Hyperbeln dar. Bei elektrischem Leerlauf des Transformators ist der magnetische Widerstand nicht gleich Null, sondern hat einen dem Eisenteil innerhalb der sekundären Spule entsprechenden Wert. In der Nähe des elektrischen Kurzschlusses wächst $z_{m2\,ges.}$ sehr schnell und geht bei vollständigem Kurzschluß gegen unendlich. Kapazitive Belastung läßt $z_{m2\,ges.}$ schwach zunehmen. — Die gestrichelten Kurven zeigen den Verlauf der Induktion in Abhängigkeit von der sekundären Stromstärke. Die Kurven lassen vollkommene Entmagnetisierung bei elektrischem Kurzschluß im Falle Ohm'scher und induktiver Belastung erkennen; kapazitive Belastung bewirkt dagegen eine Zunahme der Induktion. Ein Belastungsversuch, bei dem die Kapazität bis gegen unendlich gesteigert werden könnte, ist wegen der erforderlichen Kapazitäten nicht ausführbar. Wächst die Kapazität über einen endlichen Wert hinaus, geht der elektrische Belastungswiderstand $z_2$ gegen Null. Der magnetische Belastungswiderstand muß dann gegen unendlich gehen. Daß er dieses Verhalten zeigt, kann man erkennen, wenn man den magnetischen Belastungswiderstand in Abhängigkeit vom elektrischen Belastungswiderstand aufträgt. (Bild 5b).

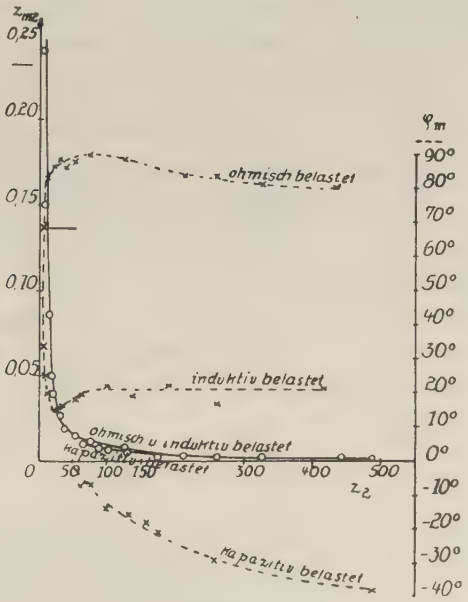


Bild 5 b.

Für Ohm'sche und induktive Belastung werden Hyperbeln erhalten. Kapazitive Belastung ergibt eine Kurve, welche sich eng an die Hyperbeln anschmiegt. Diese Kurve läßt sich wegen der dazu nötigen Kapazitäten nur für einen gewissen Bereich zeichnen. Bei größerer Belastung würde, wie man aus den Kurven entnehmen kann, $z_{m2\,ges.}$ dem Verlaufe der Hyperbeln folgen und ebenfalls gegen unendlich gehen.

Trägt man die Argumente der magnetischen Widerstände in Abhängigkeit vom elektrischen Belastungswiderstande auf, so werden die gestrichelten Kurven in Bild 5b erhalten. Der magnetische Abschlußwiderstand wird, falls Ohm'sche Belastung vorliegt, nacheilend. Induktive Belastung ergibt einen fast reellen magnetischen Widerstand. Liegt endlich kapazitive Belastung vor, wird ein magnetischer Abschlußwiderstand erhalten, der sich als schwach voreilend erweist.

Für den größten Teil des Belastungsbereiches bleiben die Winkel einigermaßen konstant. Bei Kurzschluß der Sekundärwicklung dagegen streben die Kurven einem Punkt zu, der ungefähr bei 69° liegt. Erwartungsgemäß müßten die Winkel über den ganzen Bereich ihre Werte beibehalten, in Wirklichkeit sogar für Ohm'sche Belastung 90°, für induktive und kapazitive Belastung 0°, betragen. (S. S. 6). Daß nun die Winkel abweichen, hat seinen Grund darin, daß die Wicklung des Transformators Ohm'schen Widerstand und Streuinduktivität besitzt, welche ihren Einfluß umsomehr geltend machen, je kleiner der Belastungswiderstand wird.

### *5. Ermittlung der magnetischen Vierpolkonstanten aus magnetischem Leerlaufs- und Kurzschlußversuch.*

Die Größen, welche zur Berechnung der magnetischen Vierpolkonstanten dienen, können mit Hilfe von Messungen des Flusses und der magnetischen Spannung primär und sekundär erhalten werden. Die Konstanten $a_m$ und $c_m$ lassen sich aus $\mathfrak{U}_{m10}$, $\mathfrak{U}_{m20}$ und $\dot{\Phi}_{10}$ bestimmen. $b_m$ und $d_m$ sind dagegen durch die magnetische Spannung $\mathfrak{U}_{m1k}$ und die Flüsse $\dot{\Phi}_{1k}$ und $\dot{\Phi}_{2k}$, bei magnetischem Kurzschluß gemessen, gegeben:

$$a_m = \frac{\mathfrak{U}_{m_{10}}}{\mathfrak{U}_{m_2}}\,,\quad b_m = \frac{\mathfrak{U}_{m_{1k}}}{\dot{\Phi}_{2k}}\,,\quad c_m = \frac{\dot{\Phi}_{10}}{\mathfrak{U}_{m_2}}\,,\quad d_m = \frac{\dot{\Phi}_{1k}}{\dot{\Phi}_{2k}}\,,$$

Die Ausführung des magnetischen Leerlaufs- und Kurzschlußversuches macht eine Maßnahme notwendig, welche dabei beachtet werden muß. Der magnetische Abschlußwiderstand wird für den

magnetischen Leerlauf unendlich groß. Der Kraftfluß $\dot{\Phi}_2$ muß demnach gleich Null werden. Infolge des Eigenwiderstandes der Sekundärwicklung tritt bei einem Kurzschlußstrom $\mathfrak{J}_{2k}$ ein Spannungsabfall in ihr auf. Dieser Spannungsabfall verursacht einen kleinen Restfluß, der sich wie ein Belastungsstrom auf der Ausgangsseite des Vierpoles auswirkt und dadurch den magnetischen Leerlauf beeinträchtigt. Der restliche Fluß muß demnach beseitigt werden. Das geschieht dadurch, daß dem Sekundärkreis des Transformators eine Spannung zugeführt wird, welche die Aufgabe hat, den genannten Spannungsabfall und damit den restlichen Fluß zu kompensieren. Die dazu nötige Hilfsspannung wird einem Phasenschieber entnommen, dessen Rotorwicklung zu diesem Zwecke mit der sekundären Wicklung des Transformators verbunden ist. Durch geeignetes Verändern der Rotorspannung und deren Phasenlage kann man den Restfluß zum Verschwinden bringen, was dann erreicht ist, wenn das Nullinstrument in Ruhe bleibt. Beim magnetischen Kurzschlußversuch liegen die Verhältnisse ähnlich. Dieser Fall fordert für den magnetischen Abschlußwiderstand $\mathfrak{z}_{m2\,ges.}$ gleich Null. Der magnetische Abschlußwiderstand ist aber nicht gleich Null, sondern hat einen dem im Innern der Sekundärspule liegenden Kernteil entsprechenden Wert. Die Ausgangsseite des Vierpoles ist also nicht kurz geschlossen, sondern mit einem wenn auch kleinen Widerstand überbrückt. Das führt aber zum Auftreten einer kleinen magnetischen Spannung. Der magnetische Kurzschlußversuch fordert jedoch, daß $\mathfrak{z}_{m2\,ges.}$ gleich Null sein muß. Deshalb wird in ähnlicher Weise wie beim magnetischen Leerlaufsversuch eine dem Phasenschieber entnommene Spannung, welche mit Hilfe eines Aufwärtstransformators auf die dazu erforderliche Spannung gebracht wird, zugeführt. Auf diese Weise kann die auftretende kleine magnetische Spannung kompensiert werden. Im allgemeinen sind sowohl Restfluß als auch restliche magnetische Spannung sehr klein, sodaß die beschriebene Maßnahme kaum angewandt zu werden braucht. Bei nachfolgenden Versuchen jedoch wurde den Größen Rechnung getragen und diese deshalb kompensiert, um möglichst genaue magnetische Leerlaufs- und Kurzschlußbedingungen zu bekommen. Die praktische Ausführung des magnetischen Leerlaufs- und Kurzschlußversuches geschah nach dem nachfolgenden Schaltungsschema (Bild 6).

Der den Transformator speisende Strom wurde einem Reguliertransformator entnommen. Die sekundären Klemmen des Versuchstransformators waren mit einem dreipoligen Umschalter verbunden, der gestattete, durch einfaches Herumlegen auf die eine oder andere

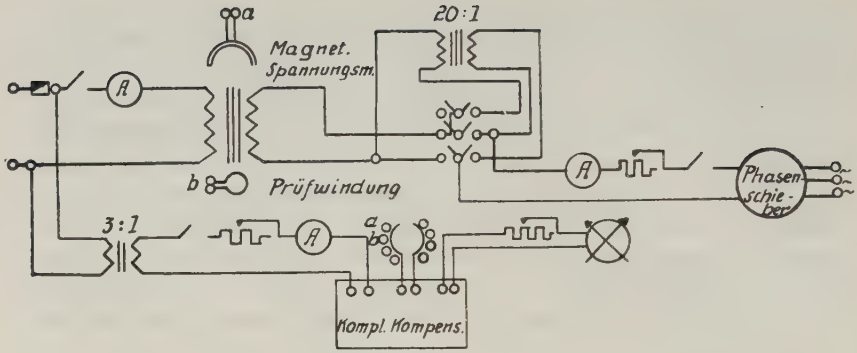


Bild 6.

Seite abwechselnd Leerlauf oder Kurzschluß herzustellen. In dem Stromkreis eines Phasenschiebers, der mit Hilfe des Umschalters einmal auf die Sekundärwicklung, das andere Mal über den erwähnten Aufwärtstransformator geschaltet werden konnnte, lag ein induktionsfreier Schiebewiderstand, um den Betrag der aufgedrückten Spannung zu verändern. Die verdrillten Zuleitungen der beiden Prüfwindungen und des magnetischen Spannungsmessers waren zu einem Vielfachumschalter geführt, der mit den Klemmen des komplexen Kompensators verbunden war. Den Erregerstrom für den komplexen Kompensator lieferte ein Isoliertransformator ($ü = 3:1$), der ebenfalls mit dem Reguliertransformator verbunden war. Im Erregerstromkreis befand sich ein Strommesser 0—0,5 Amp. und ein induktionsfreier Schiebewiderstand. Als Nullinstrument fand ein Saitenvibrationsgalvanometer von Hartmann & Braun mit einer Empfindlichkeit von $10^{-7}$ Amp./Skltl. Anwendung, welches über einen regulierbaren Schutzwiderstand an den entsprechenden Klemmen des komplexen Kompensators lag.

Als Versuchstransformator diente ein Transformator, dessen Eisenkern aus 2 U-Stücken bestand. Die Enden der beiden Kernhälften waren plan abgeschliffen, um einen Luftspalt möglichst zu vermeiden. Zusammengesetzt hatte der Kern die Kantenlängen 18 × 12 cm. Der Kernquerschnitt betrug 16 qcm. Die Wickelräume auf der primären und auf der sekundären Seite sahen je eine Spule von 4 cm vor. Jede der beiden Spulen besaß 450 Windungen, und der Widerstand einer Wicklung betrug 2,1 Ohm. Die beiden U-Stücke des Transformatorkernes wurden in einem Gestell, das durch Schrau-

ben zusammengepreßt werden konnte, gehalten. Die Grundbretter des Gestelles besaßen breite Einschnitte, welche einen Durchlaß für den magnetischen Spannungsmesser schufen. Die beiden Enden des magnetischen Spannnungsmessers wurden zu beiden Seiten der betreffenden Wicklung an den Eisenkern angelegt und dann mit Keilen befestigt. Nachstehende Abbildung gibt die beschriebene Anordnung wieder.

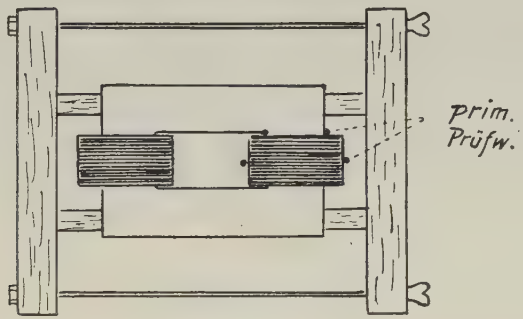


Bild 7.

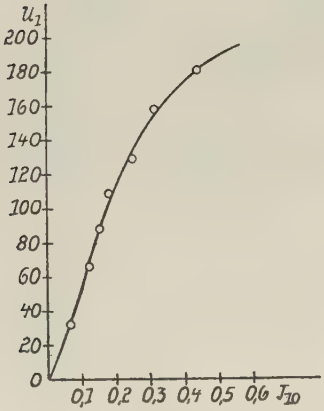


Bild 8.

Die Messung ging dann so vor sich, daß einmal durch Herumlegen des dreipoligen Umschalters nach links (s. Schaltungsschema Bild 6) der magnetische Leerlauf hergestellt werden konnte. Der Ro-

tor des Phasenschiebers wurde so lange gedreht und der Widerstand verändert, bis der restliche Fluß auf der sekundären Seite des Transformators gleich Null war, was dann eintrat, wenn sich das Nullinstrument in Ruhe befand. Sodann wurde mit Hilfe des im Schaltungsschema angedeuteten Vielfachumschalters nacheinander auf die primäre Prüfwindung und den magnetischen Spannungsmesser umgeschaltet und die Größen $\mathfrak{U}_{m10}$, $\mathfrak{U}_{m20}$ und $\dot{\Phi}_{10}$ kompensiert. Zur Ausführung des magnetischen Kurzschlußversuches mußte $\mathfrak{U}_{m2}$ gleich Null gemacht werden. Der Vielfachumschalter verband den auf der sekundären Seite des Transformators befestigten magnetischen Spannungsmesser mit dem komplexen Kompensator. Wieder folgte bei diesem Versuche Regulieren des Widerstandes und des Phasenschiebers, bis das Nullinstrument in Ruhe blieb. Darauf konnten $\mathfrak{U}_{m1k}$, $\dot{\Phi}_{1k}$ und $\dot{\Phi}_{2k}$ bestimmt werden. Aus den gemessenen Größen des magnetischen Leerlaufs- und Kurzschlußversuches wurden die magnetischen Vierpolkonstanten berechnet.

Der magnetische Leerlaufs- und Kurzschlußversuch wurde bei konstantem primären Kraftfluß ausgeführt. Man erhält dann magnetische Vierpolkonstanten für verschiedene Sättigung des Eisens.

Magnetische Leerlaufs- und Kurzschlußversuche:

Versuch I: $U_1 = 32$ Volt

Magnetischer Leerlaufsversuch:

$\mathfrak{U}_{m10} = 450 \cdot e^{j16^\circ}$ Gilbert

$\mathfrak{U}_{m2} = 428 \; e^{j15°20'}$ Gilbert

$\dot{\Phi}_{10} = 20300 \; e^{j13^\circ}$ Maxwell

Magnetischer Kurzschlußversuch:

$\mathfrak{U}_{m1K} = 35{,}6 \; e^{j44°30'}$ Gilbert

$\dot{\Phi}_{1K} = 22900 \cdot e^{j8°20'}$ Maxwell

$\dot{\Phi}_{2K} = 22300 \cdot e^{j8°40'}$ Maxwell

Magnetische Vierpolkonstanten:

$$a_m = \frac{\mathfrak{U}_{m10}}{\mathfrak{U}_{m2}} = 1{,}05 \cdot e^{j0°40'}$$

$$b_m = \frac{\mathfrak{U}_{m1K}}{\dot{\Phi}_{2K}} = 0{,}0016 \cdot e^{j35°50'}$$

$$c_m = \frac{\dot{\Phi}_{10}}{\mathfrak{U}_{m2}} = 47{,}4 \cdot e^{-j2°20'}$$

$$d_m = \frac{\dot{\Phi}_{1K}}{\dot{\Phi}_{2K}} = 1{,}03 \cdot e^{-j0°20'}$$

Determinante:

$D = 1{,}017 - j\,0{,}036$

Versuch II: $U_1 = 64$ Volt

Magnetischer Leerlaufsversuch:

$\mathfrak{U}_{m10} = 893 \cdot e^{j19°50'}$ Gilbert

$\mathfrak{U}_{m2} = 856 \cdot e^{j17°40'}$ Gilbert

$\dot{\Phi}_{10} = 46000 \cdot e^{j17°30'}$ Maxwell

Magnetischer Kurzschlußversuch:

$\mathfrak{U}_{m1K} = 56{,}9 \cdot e^{j45°}$ Gilbert

$\dot{\Phi}_{1K} = 46500 \cdot e^{j15°50'}$ Maxwell

$\dot{\Phi}_{2K} = 44500 \cdot e^{j15°}$ Maxwell

Magnetische Vierpolkonstanten:

$$a_m = \frac{\mathfrak{U}_{m10}}{\mathfrak{U}_{m2}} = 1{,}04 \cdot e^{j2°10'}$$

$$b_m = \frac{\mathfrak{U}_{m1K}}{\dot{\Phi}_{2K}} = 0{,}0013 \cdot e^{j30°}$$

$$c_m = \frac{\dot{\Phi}_{10}}{\mathfrak{U}_{m2}} = 53{,}7 \cdot e^{-j0°10'}$$

$$d_m = \frac{\dot{\Phi}_{1K}}{\dot{\Phi}_{2K}} = 1{,}045 \cdot e^{j0°50}$$

Determinante:

$D = 1{,}03 + j\,0{,}023$

## Magnetische Leerlaufs- und Kurzschlußversuche:

**Versuch III:** $U_1 = 106$ Volt

*Magnetischer Leerlaufsversuch:*

$$\mathfrak{U}_{m10} = 1440 \cdot e^{j\,22^\circ} \text{ Gilbert}$$

$$\mathfrak{U}_{m2} = 1420 \cdot e^{j\,22^\circ 50'} \text{ Gilbert}$$

$$\dot{\Phi}_{10} = 74100 \cdot e^{j\,18^\circ 40'} \text{ Maxwell}$$

*Magnetischer Kurzschlußversuch:*

$$\mathfrak{U}_{m1K} = 102 \cdot e^{j\,53^\circ 40'} \text{ Gilbert}$$

$$\dot{\Phi}_{1K} = 75500 \cdot e^{j\,16^\circ 50'} \text{ Maxwell}$$

$$\dot{\Phi}_{2K} = 72500 \cdot e^{j\,14^\circ 40'} \text{ Maxwell}$$

*Magnetische Vierpolkonstanten:*

$$\mathfrak{a}_m = \frac{\mathfrak{U}_{m10}}{\mathfrak{U}_{m2}} = 1{,}02 \cdot e^{-j\,0^\circ 50'}$$

$$\mathfrak{b}_m = \frac{\mathfrak{U}_{m1K}}{\dot{\Phi}_{2K}} = 0{,}0014 \cdot e^{j\,39^\circ}$$

$$\mathfrak{c}_m = \frac{\dot{\Phi}_{10}}{\mathfrak{U}_{m2}} = 52{,}2 \cdot e^{-j\,4^\circ 10'}$$

$$\mathfrak{d}_m = \frac{\dot{\Phi}_{1K}}{\dot{\Phi}_{2K}} = 1{,}04 \cdot e^{j\,2^\circ 10'}$$

*Determinante:*

$$D = 1{,}0 - j\,0{,}011$$

**Versuch IV:** $U_1 = 153$ Volt

*Magnetischer Leerlaufsversuch:*

$$\mathfrak{U}_{m10} = 2140 \cdot e^{j\,15^\circ 40'} \text{ Gilbert}$$

$$\mathfrak{U}_{m2} = 2100 \cdot e^{j\,13^\circ 30'} \text{ Gilbert}$$

$$\dot{\Phi}_{10} = 105500 \cdot e^{j\,10^\circ 40'} \text{ Maxwell}$$

*Magnetischer Kurzschlußversuch:*

$$\mathfrak{U}_{m1K} = 149 \cdot e^{j\,20^\circ 30'} \text{ Gilbert}$$

$$\dot{\Phi}_{1K} = 118000 \cdot e^{j\,6^\circ 30'} \text{ Maxwell}$$

$$\dot{\Phi}_{2K} = 111000 \cdot e^{j\,5^\circ 30'} \text{ Maxwell}$$

*Magnetische Vierpolkonstanten:*

$$\mathfrak{a}_m = \frac{\mathfrak{U}_{m10}}{\mathfrak{U}_{m2}} = 1{,}02 \cdot e^{j\,2^\circ 10'}$$

$$\mathfrak{b}_m = \frac{\mathfrak{U}_{m1K}}{\dot{\Phi}_{2K}} = 0{,}0013 \cdot e^{j\,15^\circ}$$

$$\mathfrak{c}_m = \frac{\dot{\Phi}_{10}}{\mathfrak{U}_{m2}} = 50{,}2 \cdot e^{-j\,2^\circ 50'}$$

$$\mathfrak{d}_m = \frac{\dot{\Phi}_{1K}}{\dot{\Phi}_{2K}} = 1{,}06 \cdot e^{j\,1^\circ}$$

*Determinante:*

$$D = 1{,}015 + j\,0{,}04$$

Die Meßergebnisse der magnetischen Leerlauf- und Kurzschlußversuche sind in nachstehender Tabelle zusammengestellt.

| $U_1$ (Volt) | $\mathfrak{a}_m$ | $\mathfrak{b}_m$ | $\mathfrak{c}_m$ | $\mathfrak{d}_m$ | $D$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 32 | $1{,}05 \cdot e^{j\,0^\circ 40'}$ | $0{,}0016 \cdot e^{j\,35^\circ 50'}$ | $47{,}4 \cdot e^{-j\,2^\circ 20'}$ | $1{,}03 \cdot e^{-j\,0^\circ 20'}$ | $1{,}017 - j\,0{,}036$ |
| 64 | $1{,}04 \cdot e^{j\,2^\circ 10'}$ | $0{,}0013 \cdot e^{j\,30^\circ}$ | $53{,}7 \cdot e^{-j\,0^\circ 10'}$ | $1{,}045 \cdot e^{j\,0^\circ 50'}$ | $1{,}030 + j\,0{,}023$ |
| 106 | $1{,}02 \cdot e^{-j\,0^\circ 30'}$ | $0{,}0014 \cdot e^{j\,39^\circ}$ | $52{,}2 \cdot e^{-j\,4^\circ 10'}$ | $1{,}04 \cdot e^{j\,2^\circ 10'}$ | $1{,}000 - j\,0{,}011$ |
| 154 | $1{,}02 \cdot e^{j\,2^\circ 10'}$ | $0{,}0013 \cdot e^{j\,15^\circ}$ | $50{,}2 \cdot e^{-j\,2^\circ 50'}$ | $1{,}06 \cdot e^{j\,1^\circ}$ | $1{,}015 + j\,0{,}040$ |

Tab. II.

Der magnetische Vierpol ist symmetrisch, was die beiden Konstanten $\mathfrak{a}_m$ und $\mathfrak{d}_m$ bestätigen, und umkehrbar; denn wenn die primäre und die sekundäre Seite des Vierpoles vertauscht werden, kann sich nichts ändern. Die Determinante, die in der letzten Spalte der Ta-

belle eingetragen wurde, ist annähernd gleich 1, wie dieses die Vierpoltheorie fordert. Eine interessante und wichtige Größe ist die Konstante $c_m$. $c_m$ ist nach Seite 6 der reziproke magnetische Widerstand der Luft zwischen den Schenkeln des Transformators, demnach der reziproke magnetische Streuwiderstand $R_{ms}$. Dieser ruft einen Streufluß $\dot{\Phi}_s$ hervor, wie das aus der Ersatzschaltung (Bild 9) ohne weiteres zu ersehen ist. Wie man ferner aus der Ersatzschaltung erkennen kann, ist der Streufluß beim magnetischen Kurzschluß am kleinsten und hat beim magnetischen Leerlauf seinen größten Wert. Da aber der magnetische Kurzschluß dem elektrischen Leerlauf entspricht, ist bei elektrischem Leerlauf ein kleiner Streufluß vorhanden, der bei Belastung zunimmt und beim elektrischen Kurzschluß am größten wird. Der Querwiderstand $R_{ms}$ ist eine für den Transformator wichtige Größe. Der Streufluß $\dot{\Phi}_s$ eines Transformators ist von dem magnetischen Streuwiderstande $R_{ms}$ abhängig.

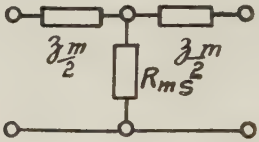


Bild 9.

Aus vorstehender magnetischer Ersatzschaltung läßt sich herleiten, daß der Streufluß für den magnetischen Leerlauf

$$\dot{\Phi}_s = \frac{\mathfrak{U}_{m_{10}}}{R_{m_s} + \frac{\mathfrak{z}_m}{2}}$$

wird.

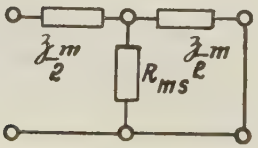


Bild 10.

Beim magnetischen Kurzschluß tritt ein Streufluß auf, der auch hier durch das Vorhandensein des magnetischen Streuwiderstandes bedingt ist. Dieser Streufluß muß, was die Ersatzschaltung (Bild 10) veranschaulicht, sehr viel kleiner sein als der beim magnetischen

Leerlauf auftretende. Seine Größe ist durch die Beziehung gegeben:

$\dot{\Phi}_s = \frac{U_{m_{1k}} - \dot{\Phi}_{1k} \frac{\delta m}{2}}{R_{m_s}}$. Berechnet man die Streuflüsse beim magnetischen Leerlauf und Kurzschluß unter Zugrundelegung der Werte der zweiten Zeile der Tabelle 2 S. 17 und des Versuches 2 S. 16, so erhält man für magnetischen Leerlauf $\dot{\Phi}_s \cong 48000$ Maxwell und für den magnetischen Kurzschluß $\dot{\Phi}_s \cong 1180$ Maxwell. Somit beträgt der Streufluß beim magnetischen Leerlauf 100% des Hauptkraftflusses, d. h. es schließen sich sämtliche Kraftlinien durch die Luft. Der Streufluß, der beim magnetischen Kurzschluß vorhanden ist, beträgt dagegen nahezu 3% des Hauptkraftflusses.

Die Genauigkeit des Verfahrens geht aus der Abweichung hervor, welche die berechnete Vierpoldeterminante gegen den theoretischen Wert 1 aufweist. Der Fehler liegt für Spannungen und damit für Sättigungen im Verhältnis 1 : 5 unter 5%.

### *6. Beziehungen zwischen magnetischen Vierpolkonstanten und den Konstanten des zugehörigen elektrischen Vierpoles.*

Zwischen den Vierpolkonstanten des magnetischen Kreises und den Konstanten des zugehörigen elektrischen Vierpoles (wenn man den Transformator als elektischen Vierpol betrachtet) bestehen Beziehungen, welche dazu führen sollen, die elektrischen Vierpolkonstanten mit Hilfe der magnetischen zu berechnen. Der Zweck dieser Berechnung geht aus der Anwendung in einem der folgenden Abschnitte hervor. Dort gilt es, soviel sei hier vorweggenommen, die elektrischen Vierpolkonstanten von beliebigen magnetischen Kreisen vorauszuberechnen.

Die elektrischen Vierpolkonstanten sind wie folgt gegeben:

$$a = \frac{U_{10}}{U_2} \; ; \; b = \frac{U_{1k}}{\Im_{2k}} \; , \; c = \frac{\Im_{10}}{U_2} \; , \; d = \frac{\Im_{1k}}{\Im_{2k}} \; ,$$

Ebenso die magnetischen Vierpolkonstanten durch:

$$a_m = \frac{U_{m_{10}}}{U_{m_2}} \; , \; b_m = \frac{U_{m_{1k}}}{\dot{\Phi}_{2k}} \; , \; c_m = \frac{\dot{\Phi}_{10}}{U_{m_2}} \; ; \; d_m = \frac{\dot{\Phi}_{1k}}{\dot{\Phi}_{2k}} \; ,$$

Setzt man nun für die magnetische Spannungen und Kraftflüsse die zugehörigen elektrischen Werte ein, so erhält man, wenn die Ohm'schen Widerstände der Wicklungen nicht berücksichtigt werden:

$$a_m = \frac{U_{m_{10}}}{U_{m_2}} = \frac{0{,}4\,\pi\,\Im_{1k}\cdot w_1}{0{,}4\,\pi\,\Im_{2k}\cdot w_2} = \frac{w_1\,\Im_{1k}}{w_2\cdot\Im_{2k}}$$

$$b_m = \frac{U_{m_{1k}}}{\dot{\Phi}_{2k}} = \frac{0{,}4\,\pi\,w_1\,\Im_{10}}{\dfrac{U_2}{j\,\omega\,w_2\,\cdot 10^{-8}}} = j\,\omega\,0{,}4\,\pi\cdot w_1\cdot w_2\cdot 10^{-8}\,\frac{\Im_{10}}{U_2}$$

$$c_m = \frac{\dot{\Phi}_{10}}{U_{m_2}} = \frac{U_{1k}}{j\,\omega\,w_1\cdot 10^{-8}\cdot 0{,}4\,\pi\,w_2\cdot\Im_{2k}} = \frac{1}{j\,\omega\,0{,}4\,\pi\,w_1\cdot w_2\,10^{-8}}\cdot\frac{U_{1k}}{\Im_{2k}}$$

$$\mathfrak{d}_m = \frac{\dot{\Phi}_{1k}}{\dot{\Phi}_{2k}} = \frac{U_{10}\,j\,\omega\,w_2\cdot 10^{-8}}{U_2\,j\,\omega\,w_1\cdot 10^{-8}} = \frac{w_2\,U_{10}}{w_1\cdot U_2}$$

Vergleicht man diese erhaltenen Ausdrücke mit den elektrischen Vierpolkonstanten, so läßt sich eine Vereinfachung vornehmen, indem man dieselben in die Gleichungen für die magnetischen Vierpolkonstanten einsetzt:

$$a_m = \frac{w_1}{w_2}\cdot\mathfrak{d}$$

$$b_m = j\,\omega\,0{,}4\,\pi\,w_1\cdot w_2\cdot 10^{-8}\cdot c$$

$$c_m = \frac{1}{j\,\omega\,0{,}4\,\pi\,w_1\,w_2\cdot 10^{-8}}\,\mathfrak{b}$$

$$\mathfrak{d}_m = \frac{w_2}{w_1}\cdot a$$

$a_m$ und $\mathfrak{d}_m$ zeigen, daß der magnetische Vierpol nicht infolge ungleicher Windungszahlen unsymmetrisch werden kann, wie dies der zugehörige elektrische Vierpol wird, eine Erscheinung, welche durch die Betrachtung der Ersatzschaltung selbstverständlich zu sein scheint, an dieser Stelle aber noch einmal durch die beiden Konstanten bekräftigt wird. Die elektrischen Vierpolkonstanten ergeben sich aus den vorstehenden Beziehungen.

$$a = \frac{w_1}{w_2}\cdot\mathfrak{d}_m$$

$$\mathfrak{b} = j\,\omega\,0{,}4\,\pi\,w_1\cdot w_2\cdot 10^{-8}\quad c_m$$

$$c = \frac{1}{j\,\omega\,0{,}4\,\pi\,w_1\cdot w_2\,10^{-8}}\,\mathfrak{b}_m$$

$$\mathfrak{d} = \frac{w_2}{w_1}\cdot a_m$$

Wie man sieht, sind die elektrischen Vierpolkonstanten durch die Vierpolkonstanten des zugehörigen magnetischen Kreises gegeben, wozu noch Windungszahlen und Frequenz nebst einem Zahlenfaktor

kommen. Die Bestimmung der elektrischen Vierpolkonstanten kann also durch die Kenntnis der zugehörigen magnetischen erfolgen.

Um die Übereinstimmung zu prüfen, wurde der elektrische Leerlaufs- und Kurzschlußversuch am Transformator ausgeführt. Dadurch konnten die aus den magnetischen Vierpolkonstanten erhaltenen elektrischen mit den gemessenen elektrischen verglichen werden. Die Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten geschah nach den abgeleiteten Beziehungen. Die Anzahl der Windungen betrug primär wie sekundär 450. Bei einer Netzfrequenz von 50 Hertz wurde $\omega$ gleich 314. Es ergab sich daher für $\omega\ 0{,}4\,\pi\ w_1\,w_2 \cdot 10^{-8} = 0{,}8$ und für $\frac{1}{\omega\ 0{,}4\,\pi\ w_1\,w_2 \cdot 10^{-8}} = 1{,}25$. Bild 11 (S. 22) zeigt das Schaltungsschema. Im Primärkreis wie im Sekundärkreise des zu untersuchenden Transformators lagen induktions- und kapazitätsfreie Widerstände, an welchen die zu kompensierenden Spannungen abgegriffen und über den Vielfachumschalter abwechselnd dem komplexen Kompensator zugeführt werden konnten. Auf diese Weise wurden Ströme und Spannungen bei Leerlauf und Kurzschluß gemessen. Daraus ließen sich die elektrischen Vierpolkonstanten durch die bekannten Beziehungen bestimmen.

Elektrische Leerlaufs- und Kurzschlußversuche:

| Versuch I: $U_1 = 32$ Volt. | Versuch II: $U_1 = 64$ Volt. |
|---|---|
| Elektrischer Leerlaufsversuch: | Elektrischer Leerlaufsversuch: |
| $U_{10} = 32{,}4 \cdot e^{j\,1^\circ\,0'}$ Volt | $U_{10} = 66{,}5 \cdot e^{j\,1^\circ\,20'}$ Volt |
| $U_2 = 31{,}1 \cdot e^{j\,8^\circ\,30'}$ Volt | $U_2 = 63{,}6 \cdot e^{j\,1^\circ\,20'}$ Volt |
| $J_{10} = 0{,}0736 \cdot e^{-j\,41^\circ\,40'}$ Amp. | $J_{10} = 0{,}119 \cdot e^{-j\,40^\circ\,20'}$ Amp. |
| Elektrischer Kurzschlußversuch: | Elektrischer Kurzschlußversuch: |
| $U_{1K} = 31{,}6 \cdot e^{j\,10^\circ\,10'}$ Volt | $U_{1K} = 64{,}8 \cdot e^{j\,12^\circ\,30'}$ Volt |
| $J_{1K} = 0{,}82 \cdot e^{-j\,69^\circ\,50'}$ Volt | $J_{1K} = 1{,}71 \cdot e^{-j\,68^\circ\,30'}$ Amp. |
| $J_{2K} = 0{,}77 \cdot e^{-j\,71^\circ}$ Amp. | $J_{2K} = 1{,}59 \cdot e^{-j\,68^\circ}$ Amp. |
| Elektrische Vierpolkonstanten: | Elektrische Vierpolkonstanten: |
| $a = \frac{U_{10}}{U_2} = 1{,}04 \cdot e^{j\,1^\circ\,30'}$ | $a = \frac{U_{10}}{U_2} = 1{,}05 \cdot e^{j\,0^\circ\,50'}$ |
| $b = \frac{U_{1K}}{J_{2K}} = 41{,}1 \cdot e^{j\,81^\circ\,10'}$ | $b = \frac{U_{1K}}{J_{2K}} = 40{,}8 \cdot e^{j\,80^\circ\,30'}$ |
| $c = \frac{J_{10}}{U_2} = 0{,}0024 \cdot e^{-j\,50^\circ\,10'}$ | $c = \frac{J_{10}}{U_2} = 0{,}0019 \cdot e^{-j\,51^\circ\,40'}$ |
| $d = \frac{J_{1K}}{J_{2K}} = 1{,}06 \cdot e^{-j\,1^\circ\,10'}$ | $d = \frac{J_{1K}}{J_{2K}} = 1{,}075 \cdot e^{-j\,0^\circ\,30'}$ |
| Determinante: | Determinante: |
| $D = 1{,}016 - j\ 0{,}045$ | $D = 1{,}06 - j\ 0{,}03$ |

## Elektrische Leerlaufs- und Kurzschlußversuche:

**Versuch III:** $U_1 = 107$ Volt.

Elektrischer Leerlaufsversuch:

$$\mathfrak{U}_{10} = 107 \cdot e^{j\,15°40'} \text{ Volt}$$

$$\mathfrak{U}_2 = 101 \cdot e^{j\,14°20'} \text{ Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{10} = 0{,}181 \cdot e^{-j\,42°50'} \text{ Amp.}$$

Elektrischer Kurzschlußversuch:

$$\mathfrak{U}_{1K} = 104 \cdot e^{j\,15°40'} \text{ Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{1K} = 2{,}73 \cdot e^{-j\,65°50'} \text{ Amp.}$$

$$\mathfrak{J}_{2K} = 2{,}59 \cdot e^{-j\,65°50'} \text{ Amp.}$$

Elektrische Vierpolkonstanten:

$$\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{U}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 1{,}06 \cdot e^{j\,1°20'}$$

$$\mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{U}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 40{,}2 \cdot e^{j\,81°30'}$$

$$\mathfrak{c} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 0{,}00179 \cdot e^{-j\,57°10'}$$

$$\mathfrak{d} = \frac{\mathfrak{J}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 1{,}055 \cdot e^{j\,0°}$$

Determinante:

$$D = 1{,}054 - j\,0{,}007$$

**Versuch IV:** $U_1 = 153$ Volt.

Elektrischer Leerlaufsversuch:

$$\mathfrak{U}_{10} = 156 \cdot e^{j\,5°10'} \text{ Volt}$$

$$\mathfrak{U}_2 = 147 \cdot e^{j\,4°20'} \text{ Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{10} = 0{,}307 \cdot e^{-j\,61°50'} \text{ Amp.}$$

Elektrischer Kurzschlußversuch:

$$\mathfrak{U}_{1K} = 151{,}5 \cdot e^{j\,5°20'} \text{ Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{1K} = 3{,}88 \cdot e^{-j\,75°10'} \text{ Amp.}$$

$$\mathfrak{J}_{2K} = 3{,}8 \cdot e^{-j\,75°30'} \text{ Amp}$$

Elektrische Vierpolkonstanten:

$$\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{U}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 1{,}06 \cdot e^{j\,0°50'}$$

$$\mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{U}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 40 \cdot e^{j\,80°50'}$$

$$\mathfrak{c} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 0{,}0021 \cdot e^{-j\,66°10'}$$

$$\mathfrak{d} = \frac{\mathfrak{J}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 1{,}02 \cdot e^{-j\,0°20'}$$

Determinante:

$$D = 1{,}0 - j\,0{,}012$$

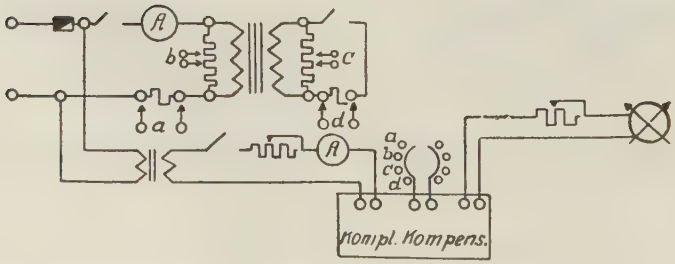


Bild 11.

Untenstehende Tabelle zeigt die gemessenen Vierpolkonstanten, deren Fehler innerhalb einer Grenze von 6% liegt. (Tabelle 3).

| $U_1$ Volt | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $D$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 32 | $1{,}04 \cdot e^{j\,1°30'}$ | $41{,}1 \cdot e^{j\,87°10'}$ | $0{,}0024 \cdot e^{-j\,50°10'}$ | $1{,}060 \cdot e^{-j\,1°10'}$ | $1{,}016 - j\,0{,}045$ |
| 64 | $1{,}05 \cdot e^{j\,0°50'}$ | $40{,}8 \cdot e^{j\,80°30'}$ | $0{,}0019 \cdot e^{-j\,51°40'}$ | $1{,}075 \cdot e^{-j\,0°30'}$ | $1{,}060 - j\,0{,}030$ |
| 107 | $1{,}06 \cdot e^{j\,1°20'}$ | $40{,}2 \cdot e^{j\,81°30'}$ | $0{,}0018 \cdot e^{-j\,57°10'}$ | $1{,}055 \cdot e^{j\,0°}$ | $1{,}054 - j\,0{,}007$ |
| 153 | $1{,}06 \cdot e^{j\,0°50'}$ | $40 \cdot e^{j\,80°50'}$ | $0{,}0021 \cdot e^{-j\,66°10'}$ | $1{,}02 \cdot e^{-j\,0°20'}$ | $1{,}000 - j\,0{,}012$ |

Tab. III.

In Tabelle 4 sind die berechneten elektrischen Vierpolkonstanten mit den entsprechenden gemessenen zum Vergleich zusammengestellt.

## $U_1 = 32$ Volt:

berechnet: $a = 1{,}05 \cdot e^{j\,0°40'}$, $b = 37{,}9 \cdot e^{j\,87°40'}$; $c = 0{,}002 \cdot e^{-j\,54°10'}$
$d = 1{,}03 \cdot e^{-j\,0°20'}$

gemessen: $a = 1{,}04 \cdot e^{j\,1°30'}$, $b = 41{,}1 \cdot e^{j\,87°10'}$, $c = 0{,}0024 \cdot e^{-j\,50°10'}$
$d = 1{,}06 \cdot e^{-j\,1°20'}$

## $U_1 = 64$ Volt:

berechnet: $a = 1{,}043 \cdot e^{j\,2°10'}$, $b = 43 \cdot e^{j\,89°50'}$, $c = 0{,}0016 \cdot e^{-j\,60°}$
$d = 1{,}045 \cdot e^{j\,0°50'}$

gemessen: $a = 1{,}05 \cdot e^{j\,0°50'}$, $b = 40{,}8 \cdot e^{j\,80°30'}$, $c = 0{,}0019 \cdot e^{-j\,51°40'}$
$d = 1{,}075 \cdot e^{-0°30'}$

## $U_1 = 107$ Volt:

berechnet: $a = 1{,}015 \cdot e^{-j\,0°30'}$, $b = 41{,}7 \cdot e^{j\,85°50'}$, $c = 0{,}0018 \cdot e^{-j\,51_0}$,
$d = 1{,}04 \cdot e^{j\,2°10'}$,

gemessen: $a = 1{,}06 \cdot e^{j\,1°20'}$, $b = 40{,}2 \cdot e^{j\,81°30'}$, $c = 0{,}0018 \cdot e^{-57°10'}$,
$d = 1{,}055 \cdot e^{j\,0°}$

## $U_1 = 153$ Volt:

berechnet: $a = 1{,}02 \cdot e^{j\,2°10'}$, $b = 40{,}2 \cdot e^{j\,87°10'}$; $c = 0{,}0017 \cdot e^{-j\,75°}$,
$d = 1{,}06 \cdot e^{j\,1°}$

gemessen: $a = 1{,}06 \cdot e^{j\,0°50'}$, $b = 40 \cdot e^{j\,80°50'}$, $c = 0{,}0021 \cdot e^{-j\,66°10'}$,
$d = 1{,}02 \cdot e^{-j\,0°20'}$

Tab. IV.

*7. Verschiedene magnetische Kreise und deren Ersatzschaltungen.*

In diesem Abschnitt ist beabsichtigt, einige andere magnetische Kreise in der Verwendung als Transformatorkerne auf ihre Eigenschaften zu betrachten und deren entsprechende Ersatzschalungen anzugeben. Das soll aber hier ebenfalls derart gehandhabt werden, daß die magnetischen Widerstände innerhalb der Wicklungen die primären und sekundären Abschlußwiderstände bilden und ihre Verbindungsstellen wieder gewissermaßen Eingang und Ausgang der Nachbildung darstellen. In den vorhergehenden Abschnitten wurde der magnetische Kreis eines Transformators mit zwei auf getrennten Kernen untergebrachten Wicklungen behandelt. Der magnetische Kreis des besprochenen Transformators stellte in einer Ersatzschaltung nachgebildet eine T-Schaltung mit zwei Abschlußwiderständen dar. Die Ersatzschaltung erwies sich als Vierpol, dessen Konstanten ermittelt werden konnten.

Als nächstes Beispiel soll ein Transformator mit Luftspalt im Eisen angenommen werden. Das bedeutet für die Ersatzschaltung dieses magnetischen Kreises, daß zu den komplexen Längswiderständen ein reeller Längswiderstand hinzukommt, der seine Begründung in dem entstehenden Luftspalt findet.

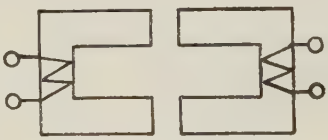

Bild 12.

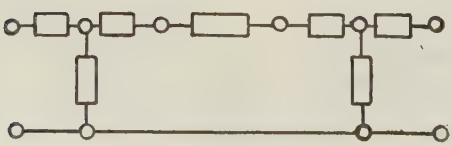

Bild 13.

Die Ersatzschaltung (Bild 13) ändert sich dann insofern, daß zur Wahrung der Symmetrie zwei gleiche reelle Querwiderstände eingezeichnet werden müssen, welche den magnetischen Luftwiderständen zwischen den Schenkeln der beiden U-Stücke entsprechen. Ist der Luftspalt nicht allzu klein, so nimmt der reelle Längswiderstand eine Größe an, gegen den die komplexen Längswiderstände vernach-

lässigt werden können. Dann wird aus der dargestellten Ersatzschaltung eine Viereckschaltung, welche aus reellen Widerständen zusammengesetzt ist. (Bild 14).

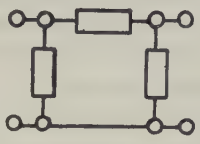

Bild 14.

Dieser Vierpol ist linear, umkehrbar und symmetrisch, vorausgesetzt natürlich, daß der Luftspalt nicht verschwindend klein ausfällt. Die Vierpolkonstanten einer solchen Viereckschaltung sind:

$$a_m = 1 + \frac{1}{2R_{m_s}} R_{m_l}\,,\quad b_m = R_{m_l}\,,\quad c_m = \frac{1}{R_{m_s}}\left(1+\frac{1}{4R_{m_s}} R_{m_l}\right),$$

$$d_m = 1 + \frac{1}{2R_{m_s}} R_{m_l}\,.$$

Wohl mit die größte Anzahl der Transformatoren weist folgende Gestalt ihrer magnetischen Kreise auf: (Bild 15 u. 16)

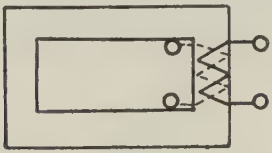

Bild 15.

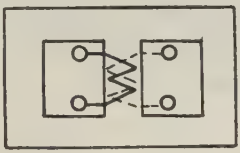

Bild 16.

Die primäre und sekundäre Wicklung, welche übereinander, nebeneinander oder gemischt angeordnet sein können, enthalten in ihrem Spuleninnern einen gemeinsamen Eisenkern. Dieser gemeinsame Kernteil müßte nach den bisherigen Überlegungen zugleich einen primären und einen sekundären magnetischen Abschlußwiderstand darstellen. Das ist aber praktisch mit den bisherigen Festsetzungen nicht vereinbar, ohne daß man daran denken müßte, diesem magnetischen Kreise mit der beschriebenen Wicklungsanordnung seine magnetischen Vierpoleigenschaften abzusprechen. Der magnetische Leerlaufsversuch ließe primär wie sekundär einen unendlich großen magnetischen Widerstand auftreten. Im Falle des magnetischen Kurzschlusses erhielte man hingegen einen magnetischen Widerstand, der dem magnetischen

Eigenwiderstand des Eisens innerhalb der Wicklungen entspräche. Das heißt aber nichts anderes, daß einmal ein Widerstand stromlos und im Falle des magnetischen Kurzschlusses derselbe einfach überbrückt wäre. Dieser Übertragungskreis verhält sich demnach wie ein Widerstand und stellt darum einen magnetischen Zweipol dar. Der magnetische Widerstand dieses Zweipoles ist durch den magnetischen Widerstand des Eisenweges bestimmt.

Fehlt jedoch der äußere magnetische Kreis, sodaß kein guter magnetischer Schluß zustande kommt, wie dies bei Transformatoren mit offenem Eisenkern zutrifft, so ist ebenfalls ein magnetischer Zweipol zu erwarten, jedoch mit dem Unterschied, daß dessen magnetischer Widerstand größer ist als bei dem oben beschriebenen, weil ja der umgebende Luftraum einen erheblich größeren magnetischen Widerstand besitzt.

Diese betrachteten Fälle zeigen: erstens, daß die Art des magnetischen Vierpoles von der räumlichen Anordnung der primären und sekundären Wicklung abhängig ist, also nicht allein durch die Form des magnetischen Kreises bedingt wird; zweitens, daß nicht alle magnetischen Kreise das Verhalten eines Vierpoles haben, sondern als Zweipole behandelt werden müssen, was seine Ursache in der Verteilung der Wicklungen auf dem Eisenkern hat. Die magnetischen Vierpole gleichen also den elektrischen Vierpolen durchaus in der Beziehung, daß sie ihr Verhalten davon abhängig machen, wo man eine Spannung anlegt und an welcher Stelle man den Ausgang des Vierpoles annimmt.

### *8. Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten eines Transformators durch Ermittlung der magnetischen Vierpolkonstanten des zugehörigen magnetischen Kreises.*

Für jeden beliebigen magnetischen Kreis kann eine Ersatzschaltung angegeben werden. Die für dieselbe berechenbaren magnetischen Vierpolkonstanten sind durch die Kenntnis der Größe der in der Ersatzschaltung enthaltenen Grundelemente bestimmt. Die letzteren setzen sich, wie wir gesehen haben, aus Eisen- und Luftwiderständen zusammen, deren Größe zur Berechnung der Vierpolkonstanten bekannt sein muß. Die magnetischen Eisenwiderstände, welche größtenteils in der Ersatzschaltung als Längswiderstände vorkommen, sind durch die Abmessungen derselben, sowie durch die Permeabilität und

den Eisenverlustwinkel gegeben. Dagegen ist die Berechnung der Luftwiderstände, besonders wenn sie als Querwiderstände auftreten, nicht so einfach. Man führt die Bestimmung solcher Luftwiderstände am besten nach einer Methode von Th. Lehmann durch (6), indem man für den betreffenden zu berechnenden Teil den Kraftlinienverlauf in der Luft zeichnet und graphisch die Größe des Luftwiderstandes ermittelt. Sind die Widerstände der Grundelemente bekannt, so können die für den magnetischen Kreis gültigen magnetischen Vierpolkonstanten berechnet werden. Es ist dann ohne weiteres möglich, mit Hilfe der auf S. 20 abgeleiteten Beziehungen die elektrischen Vierpolkonstanten des Transformators anzugeben und denselben somit von der magnetischen Seite aus elektrisch festzulegen. Allerdings wird der Ohm'sche Widerstand der Wicklungen nicht berücksichtigt.

Es soll nun an drei Beispielen die Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten durchgeführt werden: 1. für einen Transformator, dessen primäre und sekundäre Spulen auf getrennten Schenkeln angeordnet sind, 2. für einen Transformator mit Luftspalt im Eisen und 3. für einen Transformator mit magnetischem Nebenschluß (Transformator für konstanten Strom). Die für die Beispiele 1 und 2 berechneten elektrischen Vierpolkonstanten konnten mit denen durch Messung gewonnenen verglichen werden, was dadurch ermöglicht wurde, daß der für die Berechnung angenommene Kern dieselben Abmessungen wie der zur Messung benutzte Transformator hatte.

Beispiel 1. Transformator mit auf getrennten Schenkeln angeordneten Spulen.

a) Berechnung des magnetischen Längswiderstandes:

Der zur Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten angenommene Kern hat die aus nachstehendem Bild ersichtlichen Abmessungen (Bild 17):

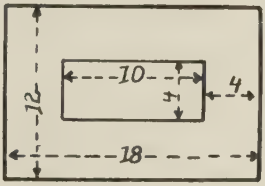


Bild 17.

Die gesamte Länge des für die Berechnung des Längswiderstandes in Betracht kommenden Eisenweges ist 2 × 18 cm. Der Querschnitt beträgt 16 qcm. Die Werte für die Permeabilität und für den Eisenverlustwinkel werden aus denen für den Betrieb geltenden (s. S. 17 u. 22 hergeleitet. Da $\mu = \frac{\Phi}{\mathfrak{H} \cdot q}$ und $\mathfrak{H} = \frac{0{,}4\,\pi\,\mathfrak{J}\,w}{l}$ ist, kann die Permeabilität ohne weiteres berechnet werden. Nach Seite 17 und 22 sind folgende Werte einzusetzen $\Phi \cong 75000$ Maxw. und $J = 0{,}18$ Ampere. Außerdem beträgt die gesamte Länge des Eisenweges 44 cm und die Windungszahl 450. Man erhält somit für die Feldstärke $\mathfrak{H} = 2{,}3$ Gauss und dadurch für die Permeabilität $\mu \cong 2000$.. Der Eisenverlustwinkel ergibt sich nach Seite 22 zu $\delta = 90° - (15° 40' + 42° 50') = 31° 30'$. Da $R_m = \frac{l}{q \cdot \mu}$ ist, hat die Wirkkomponente des komplexen magnetischen Widerstandes die Größe $R_m = 0{,}0011$ [$cm^{-1}$]. Man erhält den Betrag, wenn die Wirkkomponente durch den cos des Eisenverlustwinkels dividiert wird. Daraus ergibt sich der komplexe magnetische Widerstand des Eisens $\mathfrak{z}_m = 0{,}0013 \cdot e^{j\,31°30'}$ [$cm^{-1}$].

b) Berechnung des magnetischen Querwiderstandes:

Es soll der magnetische Widerstand der Luft zwischen den Schenkeln des Kerns berechnet werden. Wie bereits erwähnt, wird der magnetische Widerstand graphisch ermittelt. Zu diesem Zwecke muß der Kraftlinienverlauf in der Luft gezeichnet werden und zwar so, daß der Kern derart in die Zeichenebene zu liegen kommt, daß dieselbe die Schenkel des Kerns senkrecht durchschneidet. Da die Zeichnung der Anordnung entsprechend symmetrisch ist, wie dies Bild 18a erkennen läßt, kann man sich auf das Kraftlinienbild eines Quadranten beschränken. Bild 18b).

Bild 18 a.

Bild 18 b.

Nach Th. Lehmann werden quadratische Kraftröhren konstruiert. Jede der Kraftröhren hat einen bestimmten magnetischen Widerstand. Durch Zusammenfassung derselben erhält man den gesamten magnetischen Widerstand der Luft. In Bild 19 ist diese beschriebene Konstruktion durchgeführt. Zur besseren Übersicht der Berechnung soll ein innerer Bereich, in welchem die Kraftlinien vollkommen gerade verlaufen, und ein äußerer Bereich, der sich durch gekrümmte Kraftlinien kenntlich macht, unterschieden werden. Die Länge der Kraftröhren im inneren Bereich beträgt 10 cm und die der Kraftröhren im äußeren Bereich 18 cm. Da die Kraftröhren quadratischen Querschnitt haben, wird der magnetische Widerstand im inneren Bereich $\frac{1}{1 \cdot 10}$ [$cm^{-1}$] und im äußeren Bereich $\frac{1}{1 \cdot 18}$[$cm^{-1}$]. Im inneren Bereich sind je 8 Kraftröhren hintereinander geschaltet, aber gleichzeitig liegen je 8 Kraftröhren parallel, sodaß der magnetische Widerstand für diesen Bereich $\frac{8}{8 \cdot 10} = 0{,}1$ [$cm^{-1}$] wird. Der äußere Bereich läßt je 8 hintereinander geschaltete Kraftröhren erkennen, je 13 Kraftröhren sind parallel geschaltet. (In Bild 19 sind nur 11 gezeichnet, jedoch sollen noch 2 berücksichtigt werden). Der magnetische Widerstand der Luft dieses Bereiches hat die Größe: $\frac{8}{13 \cdot 18} = 0{,}034$ [$cm^{-1}$]. Durch Zusammenfassung der magnetischen Wider-

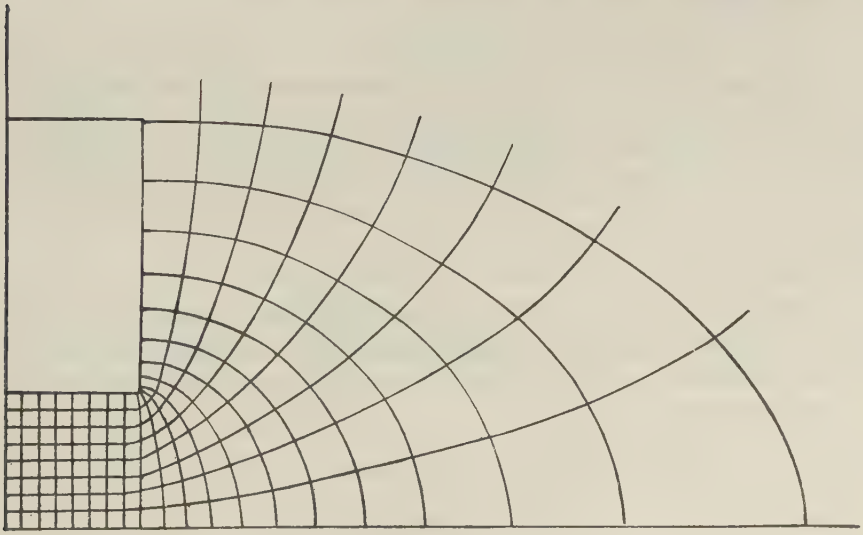

Bild 19.

stände beider Bereiche, welche zueinander parallel liegen, ergibt sich der magnetische Widerstand des gezeichnneten Quadranten: $R_{ms} = 0{,}025\ [cm^{-1}]$. Dieser ist aber gleich dem gesamten magnetischen Widerstand der 4 Quadranten, die je zwei hintereinander und parallel zueinander geschaltet sind. Bild 20 gibt ein dem gezeichneten entsprechendes Aequipotentiallinienbild wieder, das durch Ausmessung des Feldes im Luftraum mittels Prüfspule entstanden ist, um die Übereinstimmung mit dem gezeichneten Kraftlinienbild zu veranschaulichen.

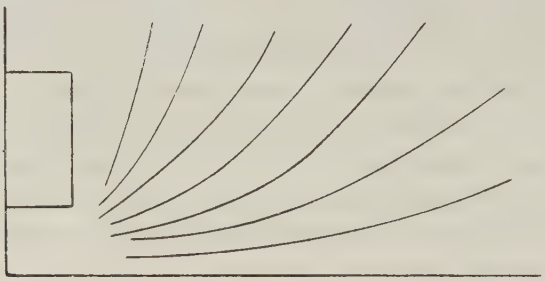

Bild 20.

c) Berechnung der magnetischen Vierpolkonstanten:

Da die Ersatzschaltung des betrachteten magnetischen Kreises eine T-Schaltung ist, werden für diese die magnetischen Vierpolkonstanten:

$$a_m = 1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{2}\frac{1}{R_{m_s}},\ b_m = \mathfrak{z}_m\left(1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{4}\frac{1}{R_{m_s}}\right);\ c_m = \frac{1}{R_{ms}},\ \mathfrak{d}_m = 1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{2}\frac{1}{R_{ms}},$$

$$a_m = 1{,}02 \cdot e^{j\,0°40'};\ b_m = 0{,}0013 \cdot e^{j\,81°30'};\ c_m = 40{,}0 \cdot e^{j\,0°};\ \mathfrak{d}_m = 1{,}02 \cdot e^{j\,0°40'}$$

d) Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten:

Mit Hilfe der auf S. 20 abgeleiteten zwischen magnetischen und zugehörigen elektrischen Vierpolkonstanten bestehenden Beziehungen werden nun die elektrischen Vierpolkonstanten des Transformators bestimmt:

$$\mathfrak{a} = \frac{w_1}{w_2}\mathfrak{d}_m,\ \mathfrak{b} = j\omega\, 0{,}4\pi\, w_1 \cdot w_2 \cdot 10^{-8}\, c_m,\ \mathfrak{c} = \frac{1}{j\omega\, 0{,}4\pi\, w_1 w_2 \cdot 10^{-8}}\, b_m,$$

$$\mathfrak{d} = \frac{w_2}{w_1}\, a_m,$$

berechnet: $\mathfrak{a} = 1{,}02 \cdot e^{j\,0^{0}40'}$, $\mathfrak{b} = 32{,}0 \cdot e^{j\,90^{0}}$, $\mathfrak{c} = 0{,}0016 \cdot e^{-j\,59^{0}}$ $\mathfrak{d} = 1{,}02 \cdot e^{j\,0^{0}40'}$

gemessen: $\mathfrak{a} = 1{,}06 \cdot e^{j\,1^{0}20'}$, $\mathfrak{b} = 40{,}2 \cdot e^{j\,81^{0}30'}$, $\mathfrak{c} = 0{,}0018 \cdot e^{-j\,57^{0}10'}$,

$\mathfrak{d} = 1{,}055 \cdot e^{j\,0^{0}}$.

Werden die berechneten elektrischen Vierpolkonstanten mit den gemessenen verglichen, muß beachtet werden, daß bei der Berechnung derselben der Ohm'sche Widerstand der Wicklungen keine Berücksichtigung finden konnte. Daher müßten die gemessenen elektrischen Vierpolkonstanten, um einen richtigen Vergleich zu erhalten, für $R = 0$ umgerechnet werden. Davon würden die Konstanten $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ betroffen. Jedoch sind in unserem Falle die Änderungen durch die Umrechnung, welche in der Verkleinerung der Primärspannungen um $J_1R$ besteht, so klein, daß sie nicht ins Gewicht fallen. Infolgedessen könnnen die elektrischen berechneten Vierpolkonstanten, ohne daß man einen großen Fehler begeht, mit den gemessenen verglichen werden.

Die erhaltenen Vierpolkonstanten ermöglichen eine Berechnung der Ströme und Spannungen bei Leerlauf und Kurzschluß, sodaß die Konstruktion der bekannten Diagramme erfolgen kann.

$$\mathfrak{J}_{10} = \mathfrak{c} \cdot \mathfrak{U}_2 = \frac{\mathfrak{c}}{\mathfrak{a}}\,\mathfrak{U}_{10} \text{ und } \mathfrak{J}_{1k} = \mathfrak{d}\,\mathfrak{J}_{2k} = \frac{\mathfrak{d}}{\mathfrak{b}} \cdot \mathfrak{U}_{1k}$$

$$\mathfrak{U}_2 = \frac{\mathfrak{U}_{10}}{\mathfrak{a}} \qquad \text{und } \mathfrak{J}_{2k} = \frac{\mathfrak{J}_{1k}}{\mathfrak{d}}$$

Lediglich die Primärspannung $\mathfrak{U}_1$ muß, wie die Gleichungen zeigen, als bekannt vorausgesetzt werden. Ebenso läßt sich die sekundäre Spannung bei Belastung ermitteln. Man benutzt hierzu die Vierpolgleichung $\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{a}\mathfrak{U}_2 + \mathfrak{b}\mathfrak{J}_2$. Auf diese Weise ist die gestrichelte Kurve in Bild 21 gewonnen worden.

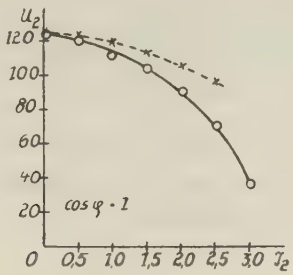


Bild 21.

Im Vergleich mit der ebenfalls in Bild 21 eingezeichneten gemessenen Belastungskurve kann eine Abweichung festgestellt werden, welche bei einer mittleren Belastung von 1,5 Amp. nahezu 10% ausmacht und mit wachsender Belastung zunimmt. Der Fehler ist vor allem der Vierpolkonstanten $\mathfrak{b}$ zuzuschreiben, welche durch die Berechnung des magnetischne Luftwiderstandes, der nur in guter Annäherung graphisch ermittelt werden kann, erhalten wurde.

Beispiel 2. Transformator mit Luftspalt im Eisen.

a) Berechnung des magnetischen Längswiderstandes.

Die Abmessungen des Eisenkernes sind dieselben wie die in Beispiel 1 angegebenen. Der Luftspalt soll zu 0,15 cm angenommen werden. Der gesamte Luftspalt beträgt demnach 0,3 cm.

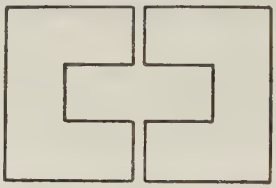

Bild 22.

Wird die Kopfstreuung bei diesem Luftspalt als verhältnismäßig klein angesehen, so berechnet sich der Längswiderstand der Ersatzschaltung zu $R_{ml} = 2 \cdot \frac{0{,}15}{16} = 0{,}019\ [cm^{-1}]$. Gegen diesen magnetischen Luftwiderstand ist der magnetische Widerstand des Eisens als sehr klein zu vernachlässigen.

b) Berechnung des magnetischen Querwiderstandes.

Da der verwendete Kern dieselben Abmessungen hat, ist für den magnetischen Querwiderstand derselbe Wert wie der für Beispiel 1 geltende einzusetzen: $R_{ms} = 0{,}025\ [cm^{-1}]$.

c) Berechnung der magnetischen Vierpolkonstanten.

Die für diesen magnetischen Kreis geltende Ersatzschaltung stellt eine Viereckschaltung dar. (Bild 23)

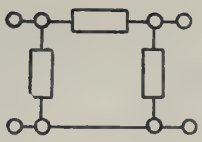

Bild 23.

Die für diese Schaltung berechenbaren Vierpolkonstanten sind:

$$a_m = 1 + \frac{1}{2R_{m_s}} R_{m_l},\ b_m = R_{m_l},\ c_m = \frac{1}{R_{m_s}}\left(1 + \frac{1}{4R_{m_s}} R_{m_l}\right),\ d_m = 1 + \frac{1}{2R_{m_s}} R_{m_l},$$

Unter Einsetzung der oben angegeben Werte sind die magnetischen Vierpolkonstanten bestimmt.

$$a_m = 1{,}38 \cdot e^{j\,0^0},\ b_m = 0{,}019 \cdot e^{j\,0^0},\ c_m = 47{,}5 \cdot e^{j\,0^0},\ d_m = 1{,}38 \cdot e^{j\,0^0}$$

d) Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten.

Durch die bekannte Umrechnung werden die elektrischen Vierpolkonstanten des Transformators erhalten, welche wieder mit den gemessenen verglichen werden können.

$$a = \frac{w_1}{w_2} \cdot d_m,\ b = j\,\omega\,0{,}4\,\pi\,w_1\,w_2 \cdot 10^{-8} c_m,\ c = \frac{1}{j\,\omega\,0{,}4\pi\,w_1\,w_2 \cdot 10^{-8}},\ d_m$$

$$d = \frac{w_2}{w_1},\ a_m$$

berechnet: $a = 1{,}38 \cdot e^{j\,0^0},\ b = 38{,}0 \cdot e^{j\,90^0},\ c = 0{,}024 \cdot e^{-j\,90^0},\ d = 1{,}38 \cdot e^{j\,0^0}$

gemessen: $a = 1{,}435 \cdot e^{-j\,0^0 50'},\ b = 46{,}2 \cdot e^{j\,79^0 50'},\ c = 0{,}0203\, e^{-j\,84^0 30'},\ d = 1{,}38 \cdot e^{-j\,1^0 50'}$

Bild 24 S. 35 zeigt die mit Hilfe der Vierpolgleichung $\mathfrak{U}_1 = a\mathfrak{U}_2 + b\mathfrak{J}_2$ berechnete Sekundärspannung bei Belastung (gestrichelte Kurve). Zum Vergleich ist die am Transformator gemessene Belastungskurve eingezeichnet.

## Elektrische Leerlaufs- und Kurzschlußversuche:

**Versuch I:** Luftspalt: 0,6 mm

Elektrischer Leerlaufsversuch:

$$\mathfrak{U}_{10} = 75{,}6 \cdot e^{j\,22°30'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{U}_2 = 62{,}6 \cdot e^{j\,22°30'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{10} = 0{,}55 \cdot e^{-j\,58°30'}\ \text{Amp.}$$

Elektrischer Kurzschlußversuch:

$$\mathfrak{U}_{1K} = 72{,}5 \cdot e^{j\,22°40'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{1K} = 2{,}01 \cdot e^{-j\,58°10'}\ \text{Amp}$$

$$\mathfrak{J}_{2K} = 1{,}73 \cdot e^{-j\,57°50'}\ \text{Amp.}$$

Elektrische Vierpolkonstanten:

$$\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{U}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 1{,}21 \cdot e^{j\,0°}$$

$$\mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{U}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 42{,}1 \cdot e^{j\,80°30'}$$

$$\mathfrak{c} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 0{,}0088 \cdot e^{j\,81°}$$

$$\mathfrak{d} = \frac{\mathfrak{J}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 1{,}165 \cdot e^{-j\,0°20'}$$

Determinante:

$$D = 1{,}03 - j\,0{,}005$$

**Versuch II:** Luftspalt: 1,5 mm

Elektrischer Leerlaufsversuch:

$$\mathfrak{U}_{10} = 75 \cdot e^{j\,22°50'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{U}_2 = 52{,}3 \cdot e^{j\,23°40'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{10} = 1{,}065 \cdot e^{-j\,60°50'}\ \text{Amp.}$$

Elektrischer Kurzschlußversuch:

$$\mathfrak{U}_{1K} = 72{,}5 \cdot e^{j\,22°40'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{1K} = 2{,}17 \cdot e^{-j\,59°}\ \text{Amp.}$$

$$\mathfrak{J}_{2K} = 1{,}57 \cdot e^{-j\,57°10'}\ \text{Amp.}$$

Elektrische Vierpolkonstanten:

$$\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{U}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 1{,}435 \cdot e^{-j\,0°50'}$$

$$\mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{U}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 46{,}2 \cdot e^{j\,79°50'}$$

$$\mathfrak{c} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 0{,}0203 \cdot e^{-j\,84°30'}$$

$$\mathfrak{d} = \frac{\mathfrak{J}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 1{,}38 \cdot e^{-j\,1°50'}$$

Determinante:

$$D = 1{,}04 - j\,0{,}012$$

**Versuch III:** Luftspalt: 3,5 mm

Elektrischer Leerlaufsversuch:

$$\mathfrak{U}_{10} = 74 \cdot e^{j\,23°10'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{U}_2 = 40{,}8 \cdot e^{j\,25°40'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{10} = 1{,}68 \cdot e^{-j\,61°50'}\ \text{Amp.}$$

Elektrischer Kurzschlußversuch:

$$\mathfrak{U}_{1K} = 72{,}5 \cdot e^{j\,22°40'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{1K} = 2{,}39 \cdot e^{-j\,59°10'}\ \text{Amp.}$$

$$\mathfrak{J}_{2K} = 1{,}32 \cdot e^{-j\,56°10'}\ \text{Amp.}$$

Elektrische Vierpolkonstanten:

$$\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{U}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 1{,}82 \cdot e^{-j\,2°30'}$$

$$\mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{U}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 55 \cdot e^{j\,78°50'}$$

$$\mathfrak{c} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 0{,}041 \cdot e^{-j\,87°10'}$$

$$\mathfrak{d} = \frac{\mathfrak{J}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 1{,}82 \cdot e^{-j\,3°}$$

Determinante:

$$D = 1{,}06 + j\,0{,}01$$

**Versuch IV:** Luftspalt: 8 mm

Elektrischer Leerlaufsversuch:

$$\mathfrak{U}_{10} = 74 \cdot e^{j\,23°10'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{U}_2 = 26{,}8 \cdot e^{j\,26°30'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{10} = 2{,}22 \cdot e^{-j\,60°20'}\ \text{Amp.}$$

Elektrischer Kurzschlußversuch:

$$\mathfrak{U}_{1K} = 72{,}5 \cdot e^{j\,22°40'}\ \text{Volt}$$

$$\mathfrak{J}_{1K} = 2{,}6 \cdot e^{-j\,59°10'}\ \text{Amp.}$$

$$\mathfrak{J}_{2K} = 1{,}01 \cdot e^{-j\,55°10'}\ \text{Amp.}$$

Elektrische Vierpolkonstanten:

$$\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{U}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 2{,}76 \cdot e^{-j\,3°20'}$$

$$\mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{U}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 72 \cdot e^{j\,77°50'}$$

$$\mathfrak{c} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{\mathfrak{U}_2} = 0{,}086 \cdot e^{-j\,86°50'}$$

$$\mathfrak{d} = \frac{\mathfrak{J}_{1K}}{\mathfrak{J}_{2K}} = 2{,}58 \cdot e^{-j\,4°}$$

Determinante:

$$D = 0{,}97 + j\,0{,}057$$

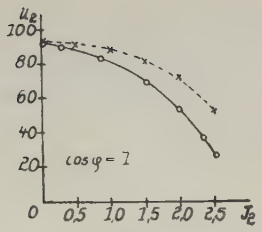


Bild 24.

Beispiel 3. Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten eines Transformators mit magnetischem Nebenschluß.

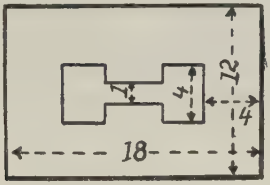


Bild 25.

Der Transformator mit dem dargestellten magnetischen Kreis dient zur Konstanthaltung des Sekundärstromes bei sich ändernder Belastung und wird vielfach für die Speisung von hintereinander geschalteten Bogen- oder Glühlampen angewandt. Der Kern des Transformators besitzt einen magnetischen Nebenschluß. Der wirksame magnetische Streuwiderstand ist also bei diesem magnetischen Kreis absichtlich verkleinert. Bei einer Vergrößerung des sekundären Stromes, hervorgerufen durch Belastungsänderung, nimmt der Streufluß zu. Der innerhalb der sekundären Wicklung wirksame Fluß wird daher kleiner. Infolgedessen muß auch die in den Windungen induzierte Spannung abnehmen, was sich wiederum in einer Verringerung des Stromes auswirkt. Dieser Transformator hält daher den sekundären Strom in gewissen Grenzen konstant, wenn dafür gesorgt wird, daß der magnetische Widerstand des magnetischen Nebenschlusses ungefähr den dem Transformator entsprechenden Wert besitzt. Die Ersatzschaltung des magnetischen Kreises eines solchen Transformators wird eine T-Schaltung.

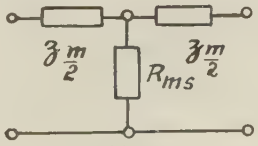


Bild 26.

a) Berechnung des Längswiderstandes.

Die Abmessungen des Kernes sind dieselben wie die in Beispiel 1. Der magnetische Längswiderstand bleibt demnach unverändert:

$$\frac{\mathfrak{z}_m}{2} = 0{,}00065 \cdot e^{j\,10°30'}\ [cm^{-1}].$$

b) Berechnung des Querwiderstandes.

Die Berechnung des magnetischen Widerstandes des Luftraumes zwischen den Schenkeln wird bei diesem magnetischen Kreis durch den hinzukommenden magnetischen Nebenschluß erschwert. Man ist gezwungen, zwei Kraftlinienbilder zu entwerfen, eines, welches dem Luftraum zwischen den Schenkeln gerecht wird, und ein zweites, das den Kraftlinienverlauf am magnetischen Nebenschluß wiedergibt. Die aus beiden Kraftlinienbildern berechneten magnetischen Widerstände sind parallel geschaltet, was bei der Berechnung des Gesamtwiderstandes berücksichtigt werden muß. Die Auswertung der Kraftröhrenkonstruktion geschieht nach der bereits beschriebenen Weise. Die Berechnung des magnetischen Widerstandes des gesamten Luftraumes teilt sich also erstens in die Bestimmung des magnetischen Widerstandes des Luftraumes zwischen den Schenkeln und zweitens in die Bestimmung des magnetischen Nebenschlusses ein.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Magn. Widerstand der Luft zw. den Schenkeln des Kerns | innerer Bereich | $\frac{8}{8 \cdot 6} = 0{,}167$ | 0,035 | 0,018 |
| | äußerer Bereich | $\frac{8}{13 \cdot 14} = 0{,}044$ | | |
| Magnet. Widerstand des magnetischen Nebenschlusses | innerer Bereich | $\frac{8}{32 \cdot 4} = 0{,}063$ | 0,039 | |
| | äußerer Bereich | $\frac{8}{20 \cdot 4} = 0{,}1$ | | |

$R_{m_s} = 0{,}018\ [cm^{-1}]$

c) Berechnung der magnetischen Vierpolkonstanten.

$$a_m = 1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{2}\frac{1}{R_{m_s}},\quad b_m = \mathfrak{z}_m\left(1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{4}\frac{1}{R_{m_s}}\right),\quad c_m = \frac{1}{R_{m_s}},\quad d_m = 1 + \frac{\mathfrak{z}_m}{2}\frac{1}{R_{m_s}},$$

$$a_m = 1{,}03\,e^{j\,1°},\qquad b_m = 0{,}0013 \cdot e^{j\,32°},\qquad c_m = 55{,}6 \cdot e^{j\,0°},\qquad d_m = 1{,}03 \cdot e^{j\,1°},$$

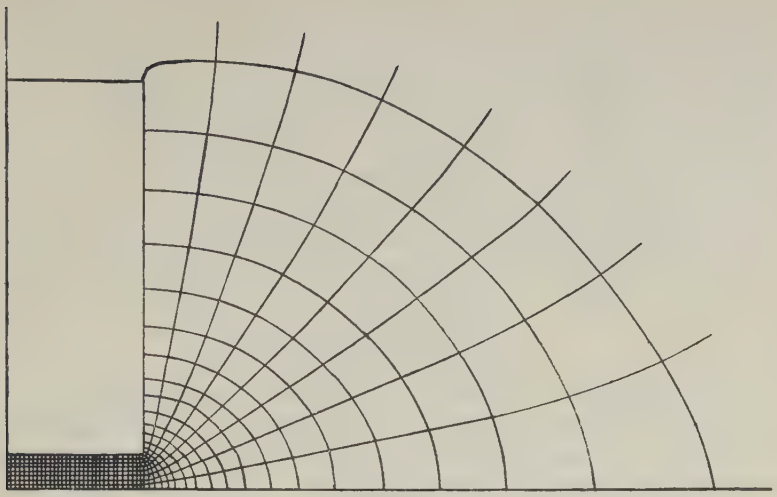

Bild 27.

d) Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten.

$$a = \frac{w_1}{w_2} \cdot \mathfrak{d}_m\,,\quad \mathfrak{b}_m = j\omega\, 0{,}4\pi\, w_1 w_2\, 10^{-8}\, \mathfrak{c}_m\,,\quad \mathfrak{c} = \frac{1}{j\omega\, 0{,}4\pi\, w_1 w_2\, 10^{-8}}\, \mathfrak{b}_m\,,\quad \mathfrak{d} = \frac{w_2}{w_1}\, \mathfrak{a}_m\,,$$

$$a = 1{,}03 \cdot e^{j1^0}\,,\quad b = 44{,}5 \cdot e^{j90^0}\,,\qquad c = 0{,}0016 \cdot e^{-j58^0}\,,\qquad \mathfrak{d} = 1{,}03 \cdot e^{j1^0}$$

Bild 28 S. S. 37 zeigt die mit Hilfe der Vierpolkonstanten berechnete Belastungskurve $U_2 = f(J_2)$. Um die Abhängigkeit des Stromes vom Belastungswiderstand $R_2$ für diesen Transformator zu erhalten, wird $R_2$ für mehrere Werte von $J_2$ berechnet und $J_2 = f(R_2)$ aufgetragen. (Bild 29 S. 38)

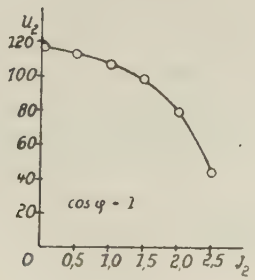


Bild 28.

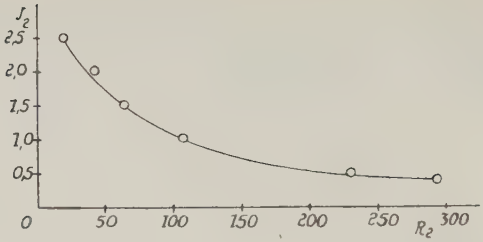


Bild 29.

### *9. Zusammenfassung.*

Die Vierpoltheorie wird auf magnetische Kreise angewandt und die Vierpoleigenschaften derselben untersucht. Aus dem magnetischen Leerlaufs- und Kurzschlußversuch werden die magnetischen Vierpolkonstanten des betreffenden magnetischen Kreises bestimmt.

Für verschiedene magnetische Kreise werden Ersatzschaltungen angegeben, wobei sich feststellen läßt, daß das Verhalten eines magnetischen Kreises von der räumlichen Anordnung der primären und sekundären Wicklung abhängig gemacht werden muß. Daher können nur ausgesprochene Streutransformatoren (mit räumlich getrennten Wicklungen) als magnetische Vierpole angesehen werden, während Transformatoren für konstante Klemmenspannung magnetische Zweipole darstellen.

Die magnetischen Vierpolkonstanten des magnetischen Kreises eines Transformators lassen sich mit den zugehörigen elektrischen Vierpolkonstanten desselben in einfache Beziehungen zueinander bringen. Dadurch ist eine Möglichkeit zur Berechnung der elektrischen Vierpolkonstanten mit Hilfe der magnetischen Vierpolkonstanten gegeben. Aus einer Ersatzschaltung lassen sich bekannterweise durch Kenntnis der Grundelemente die zugehörigen Vierpolkonstanten angeben. Infolgedessen können mit genannten Beziehungen die elektrischen Vierpolkonstanten des Transformators, wenn die Abmessungen seines Kerns bekannt sind, vorausberechnet werden. Das Verfahren vermeidet also die Einführung der „Streuinduktivitäten", die ihrerseits erst wieder aus der Flußverteilung berechnet werden müßten, und führt den elektrischen Kreis auf den gegebenen magnetischen zurück. — Die Berechnung wird an drei Beispielen durchgeführt und die berechneten Vierpolkonstanten mit den durch Messung am Transformator erhaltenen verglichen.

## Literaturverzeichnis.


1. Feige, Telephon und Fernsprechtechnik Bd. 16 (1927) S. 61, 247, 343.
   F. Strecker u. R. Feldkeller, Elektrische Nachrichtentechnik Bd. 6 (1929) S. 93.
   F. Breisig, Elektrische Nachrichtentechnik Bd. 3 (1926) S. 161.
2. Mühlbrett-Boysen, Fernmelderelais, Lübeck 1933.
3. F. Bergtold, E.T.Z. 1927 S. 1524.
4. W. Geyger, E.T.Z. 1924 S. 1348.
5. Rogowsky u. Steinhaus, A.f.E. 1912 S. 141, 1913 S. 511.
6. Th. Lehmann, E.T.Z. 1909 S. 995 u. 1019.

———

Arnold—La Cour, Die Transformatoren, Berlin 1910.
Fraenckel, Theorie der Wechselströme, Berlin 1930.
H. Hemmeter, A.f.E. 1925 S. 193 u. Bd. 2 1926/27 S. 32.
Rogowsky, E.T.Z. 1910 S. 1033.



Vorliegende Arbeit wurde in den Jahren 1933—1935 im Institut für angewandte Physik der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität Frankfurt a. M. ausgeführt.

Ich fühle mich verpflichtet, an dieser Stelle Herrn Professor Dr. M. Seddig für seine wertvollen Ratschläge zu danken, ebenso den Herren Dr. H. Rudolph und Dr. O. Schäfer für bereitwillige Unterstützung bei Anfertigung dieser Arbeit.

## Lebenslauf.

Ich, Helmuth Karl August Osken, wurde am 31. Juli 1911 als Sohn des Volksschullehrers Karl Osken zu Bad Sooden a. d. Werra geboren. Nachdem ich in Frankfurt a. M. das Reformrealgymnasium Musterschule besucht hatte, verließ ich diese Anstalt mit dem Reifezeugnis. Im Frühjahr 1930 ließ ich mich an der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität immatrikulieren und studierte angewandte Physik, Experimentalphysik und Mineralogie.

Meine akademischen Lehrer waren: Déguisne, Dessauer, Seddig, Wachsmuth, Meissner, Rajewsky, Madelung, Nacken, Bonhoeffer, Magnus, Siegel, Hellinger, Eppstein, Gramberg.